

کاربرد مدل سرمایه‌گذاری کاراً با استفاده از تجزیه و تحلیل میانگین نیم واریانس (مدل مارکویتز)

دکتر رضا تهرانی^۱
علیرضا سیری^۲

چکیده

امروزه، سرمایه‌گذاران از معیارهای اندازه‌گیری ریسک و بتا استفاده‌های زیادی می‌نمایند. این معیارها ریشه در معادله میانگین واریانس داشته و نشان‌دهنده رفتار سرمایه‌گذاران در تئوری مدرن سبد اوراق بهادار می‌باشند. ریسک در مدل مذکور بر اساس واریانس نرخ بازده سبد اوراق بهادار محاسبه می‌شود و در حال حاضر با استناد به تعاریف متفاوت از ریسک در انواع توزیع‌های نرخ بازده و در چارچوب مفاهیم ریسک نامطلوب، معیار نیم واریانس جایگزین مناسبی در مبحث اندازه‌گیری ریسک نسبت به معیار واریانس می‌باشد. هدف از این مقاله به کارگیری مدل میانگین نیم واریانس در چارچوب تئوری پست مدرن سبد اوراق بهادار می‌باشد، که با مفاهیم ریسک نامطلوب و اصل ریسک‌گریزی سرمایه‌گذاران همبستگی کامل داشته به

۱. دانشیار دانشکده مدیریت دانشگاه تهران

۲. کارشناس ارشد مدیریت مالی دانشگاه تهران

طوری که این مسئله را می توان منطبق با توابع مطلوبیت سرمایه گذاران و درجات متفاوت از ریسک گریزی دانست.

واژگان کلیدی: تئوری مدرن سبد اوراق بهادار، تئوری پست مدرن سبد اوراق بهادار، ریسک

نامطلوب، واریانس، نیم واریانس

طبقه بندی موضوعی: G11, G14

مقدمه

در مبحث به کارگیری ریسک نامطلوب در تجزیه و تحلیل سبد اوراق بهادار مقاله های زیادی در مجلات مختلف علوم مالی مطرح شده است ، به طوریکه معیارهای ریسک نامطلوب فراهم کننده زمینه های مناسبی در جهت ارتقاء و بهبود تئوری مدرن سبد اوراق بهادار می باشند. براین اساس در دو دهه اخیر مطالعات، تحقیقات و نرم افزارهای بسیاری در تائید به کارگیری مفاهیم ریسک نامطلوب به کار گرفته شده است . به هرجهت برای درک بهتر مفاهیم معیارهای ریسک نامطلوب بهتر است که تاریخچه ریسک نامطلوب را مورد بررسی قرار داد. بنابراین مباحث طرح شده از تحقیقات و مطالعات صورت پذیرفته در این زمینه کمک شایانی به توسعه دانش مربوطه می نماید و مهیا کردن زمینه های مناسب برای درک هرچه بهتر مفاهیم و معیارهای ریسک نامطلوب بلاخص در تئوری مدرن سبد اوراق بهادار تحت عنوان تئوری پست مدرن سبد اوراق بهادار میباشد .

براین اساس در گام اول خلاصه ای از واژه های ریسک نامطلوب در قالب تاریخچه موضوع مذکور بیان خواهد شد و سپس به بررسی تئوری مدرن سبد اوراق بهادار تحت مباحث مدیریت ریسک و تصمیمات سرمایه گذاری پرداخته می شود. در این میان تکنیکهای مربوطه تحت عنوان معیارهای اندازه گیری ریسک نامطلوب مطرح می شود که در همین زمینه ، رایجترین

معیار اندازه گیری ریسک نامطلوب ، معیار نیم واریانس (به طور خاص) در قالب حد انحرافات نامطلوب (به طور عام) میباشد.

عمده مبحث این مقاله به جایگزینی معیار نیم واریانس در چارچوب قواعد و تئوریهای حد انحرافات نامطلوب در تئوری مدرن سبد اوراق بهادار میباشد که نهایتاً منتج به ارائه مدل میانگین نیم واریانس و تئوری پست مدرن سبد اوراق بهادار می شود.

ادبیات تحقیق

دهه ۱۹۵۰ را می‌توان مبدا زایش دانش مالی یا تئوری مدرن مالی نام‌گذاری نمود. در این دهه، هری مارکویتز (Markowitz, 1952) شیوه میانگین واریانس را در قالب تئوری سبد اوراق بهادار تبیین نمود. این تئوری، بعدها پایه و اساس تئوری‌های بعد از خود شد، به طوری‌که به واسطه این مدل، ریسک برای اولین بار به معیار کمی تبدیل گردید. البته این نکته شایان ذکر است که تئوری مدرن سبد اوراق بهادار، شرح دهنده چگونگی بهینه‌سازی رفتار سرمایه‌گذاران می باشد، به طوری‌که مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای (CAPM) ارایه شده توسط شارپ (Sharpe, 1963)، لیتنر سال ۱۹۶۵ و ماسین سال ۱۹۶۶ نیز براساس این فرض و همچنین براساس معادلات اقتصادی بنا نهاده شده است.

یکی از بنیادی‌ترین اصول به کارگرفته شده در تئوری مدرن سبد اوراق بهادار تئوری ارزش‌گذاری سرمایه‌گذاری بور ویلیام (Williams, 1938) می‌باشد. این اندیشمند این گونه بیان نمود که ارزش واقعی یک سهم از ارزش فعلی عایدات آتی آن حاصل می‌آید. تئوری ویلیام را می‌توان این گونه تفسیر نمود که ارزش‌گذاری سهام به مانند ارزش مورد انتظار از تنزیل عایدات آتی سهام به دست می‌آید که نرخ تنزیل نیز بالتبع، از تابع توزیع احتمالات تبعیت می‌کند. براین اساس تابع توزیع احتمالات نرخ بازده، نقش بسزایی در تعیین نرخ بازده مورد انتظار و ریسک دارد

که این مساله نیز به نوبه خود نقش تعیین کننده‌ای در فرآیند انتخاب و وزن دهی اوراق بهادار در تئوری مدرن سبد اوراق بهادار ایفا می‌کند.

هانچ و لیوی (Hanoch & Levy, 1969) نشان دادند که مدل میانگین واریانس به لحاظ کارایی یک مدل معتبر بوده و این اعتبار کارایی، تنها در زمانی برای هر نوع تابع مطلوبیت سرمایه‌گذاران صادق است که تابع توزیع احتمالات نرخ بازده از ویژگی توزیع نرمال برخوردار باشد. کالبرگ و زیما (Kallberg & Ziemba, 1983) نشان دادند که سبد اوراق بهاداری که به لحاظ درجه ریسک‌گریزی سرمایه‌گذاران، یکسان است، دارای ساختار یکسانی نیز می‌باشند. از این رو می‌توان تجزیه و تحلیل میانگین واریانس را منطبق با توابع مطلوبیت مقرر سرمایه‌گذاران دانست.

از نگاه مدل‌سازی، تخمین واقعی پارامترها (نرخ بازده، واریانس و کواریانس) به عنوان داده‌های ورودی در تجزیه و تحلیل میانگین واریانس از اهمیت خاصی برخوردارند. در این راستا چاپرا و زیما (Chopra & Ziemba, 1993) سطح خطای ریسک سرمایه‌گذاران را در نحوه جمع‌آوری و به‌کارگیری داده‌ها در مدل میانگین واریانس نشان دادند و نتایج حاصل از این تحقیق را این‌گونه تفسیر نمودند که: خطا در پیش‌بینی میانگین نرخ بازده از لحاظ اهمیت، ده برابر کمتر از خطای پیش‌بینی در واریانس بوده و این نسبت، بیست برابر کمتر نسبت به خطای پیش‌بینی در کواریانس می‌باشد.

در تئوری مدرن سبد اوراق بهادار، ریسک به عنوان تغییرپذیری کل بازده‌ها حول میانگین بازده تعریف و با استفاده از معیار واریانس، محاسبه می‌شود و به عنوان معیار ریسک متقارن شناسایی می‌گردد. این مساله در حالی است که در بازارهای پررونق، سرمایه‌گذاران با توجه به اهداف کوتاه مدت تا حد امکان به دنبال نوسانات مثبت بوده و تنها نوسانات منفی را به عنوان

ریسک حاصل از سرمایه‌گذاری شناسایی می‌کنند. با این وجود و توجه به اصل ریسک‌گریزی سرمایه‌گذاران، واضح است که افراد بیشتر از آن که به دنبال بازده باشند، ریسک‌گریزند. به عبارت دیگر، ریسک، متقارن نبوده و شدیداً به سمت ریسک نامطلوب تمایل دارد. بر همین اساس، تئوری پست مدرن سید اوراق بهادار مطرح شد و از مبدعین آن می‌بایست به رام و فرگوسن (Rom, 1994) و نیز کاپلان و سیگل (Kaplan & Siegel, 1994) اشاره نمود. این تئوری آن ریسکی که باید به اهداف خاص سرمایه‌گذاران مرتبط باشد را شناسایی کرده و هر پیامد یا نتیجه‌ای که بالاتر و بهتر از این هدف باشد، به عنوان ریسک در نظر نمی‌گیرد.

در تئوری پست مدرن سید اوراق بهادار، نرخ بازده هدف (τ) را تحت عنوان "حداقل بازده قابل قبول" تعبیر می‌نمایند که بیانگر حداقل نرخ بازدهی است که برای اجتناب از زیان دستیابی به برخی از اهداف مهم مالی باید کسب شود. از آنجایی که حداقل بازده قابل قبول به صورت عینی در محاسبه مرزهای کاراً در تئوری پست مدرن سید اوراق بهادار به کار برده می‌شود لذا برای هر حداقل بازده قابل قبول، یک مرز کارآی منحصر به فرد وجود دارد. به سبب این امر است که مرز کارآی تئوری پست مدرن سید اوراق بهادار (به سبب متغیر نرخ بازده هدف) در مقابل مرز کارآی تئوری مدرن سید اوراق بهادار، حایز قدرت انطباق بیشتری با محدودیت‌های متصوره سرمایه‌گذاران از جمله درجات متنوع ریسک‌گریزی سرمایه‌گذاران می‌باشد.

برای نمایش عدم اطمینان موجود در پیش‌بینی نرخ بازده دارایی‌ها این نکته لازم است که برای هر دارایی، نوع توزیع آماری نرخ بازده تعیین شود و این مساله، در حالی است که تئوری مدرن سید اوراق بهادار، تنها در توزیع‌های دو پارامتری نرمال یا لوگ‌نرمال امکان‌پذیر می‌باشد اما از سوی دیگر، تئوری پست مدرن سید اوراق بهادار، طیف و طبقه وسیعی از توزیع‌های غیرنرمال را مورد استفاده قرار می‌دهد. در عین حال تحقیقات زیادی نیز وجود دارد که نرمال

بودن بازدهی را رد کرده‌اند. اولین تحقیقات توسط یوجین فاما (Fama, 1968) و مندلبرت (Mandelbent, 1963) انجام گرفت که بر نرمال نبودن توزیع بازده و وجود چولگی در آن دلالت داشت. نتایج این تحقیقات نشان می‌دهد که توزیع بازدهی از توزیع نرمال، کشیده‌تر بوده و دارای چولگی نیز می‌باشد. البته تحقیقات تجربی دیگری نیز در این زمینه توسط فیشر (Fisher, 1966) و فیشر و لوری (Fisher & Lorie, 1968) بر روی نوسانات نرخ بازده شاخص بازار سهام آمریکا انجام گرفت که نشان داد که توزیع احتمالات تاریخی از نوع توزیع نرمال می‌باشد. شاید بتوان به طور خلاصه این‌گونه بیان نمود که اولویت اول در محاسبه ریسک بیشتر به معیارهای ریسک نامطلوب منعطف می‌شود تا به معیار سنتی از قبیل واریانس که در گذشته کاربردهای فراوانی داشته است. برای این اساس هری مارکوویتز در مبحث بررسی معیارهای مختلف اندازه‌گیری ریسک به معیار نیم واریانس به عنوان یکی از گزینه‌های اندازه‌گیری ریسک اشاره نمود. در واقع معیار نیم واریانس در برگیرنده مفهوم ریسک نامطلوب می‌باشد. برای این اساس مارکوویتز برای محاسبه ریسک نامطلوب، دو روش را پیشنهاد کرد:

روش اول: روش نیم واریانس، که از مجذورات انحرافات نامطلوب (انحرافات کمتر از میانگین نرخ بازده) حول میانگین نرخ بازدهی (μ) به دست می‌آید (نیم واریانس زیر نرخ میانگین)؛ و

روش دوم: استفاده از نیم واریانس که از مجموع انحرافات نامطلوب (انحرافات کمتر از نرخ بازده هدف) نسبت به نرخ بازدهی هدف (نیم واریانس زیر نرخ بازده هدف T) به دست می‌آید. به طوری که ویژگی‌های مطلوب این معیار در بحث اندازه‌گیری ریسک، دریچه جدیدی را به روی سرمایه‌گذاران باز می‌کند. در واقع این معیار، با حد انحرافات نامطلوب در سطح نرخ بازده در ارتباط می‌باشد.

$$SV = \frac{1}{K} \sum_{t=0}^k \text{Min}[(r_T - \mu), 0]^2$$

$$SV = \frac{1}{K} \sum_{t=0}^k \text{Min}[(r_T - \tau), 0]^2$$

مفهوم ریسک نامطلوب ، واژه جدیدی در فرهنگ سرمایه‌گذاری نمی‌باشد. به طور خلاصه این واژه توسط ری (Roy, 1952) برای اولین بار مطرح شد. هدف اصلی در به‌کارگیری این واژه توسط این دانشمند، وزندهی بیشتر به احتمال پیامدهای سرمایه‌گذاری با نرخ بازده کمتر از نرخ بازده هدف بود. سوالم (Swalm, 1966) در محدوده زمانی ۱۹۶۰ که بیشتر تحقیقات به سمت استفاده از نسبت (R/V) پیش می‌رفتند، در تاکید تحقیقات قبلی بیان نمود که سرمایه‌گذاران توجهی نسبت به نرخ بازده‌های پائین‌تر از نرخ بازده هدف ندارند و دراین میان معیار نیم واریانس مطابقت و انطباق بیشتری با مدیریت سرمایه‌گذاری و مالی دارد. پیرو این مطالعات نتایج تحقیقات کوئیرک و ساپوسنیک (Quirk & Saposnik, 1962) نشان از اهمیت و برتری معیار نیم واریانس بر معیار واریانس داشتند در ادامه مائو (Mao, 1970) نشان داد که اولویتها و ترجیحات سرمایه‌گذاران بیشتر معطوف به آن سطح از ریسک نامطلوب تابع توزیع احتمالات نرخ بازده می‌باشد، تا نسبت به کلیه انحرافات، که این مسئله نشان از بعد رفتاری سرمایه‌گذاران نسبت به ریسک بوده، و تنها می‌بایست از معیار نیم واریانس در اندازه‌گیری ریسک نامطلوب استفاده نمود.

ارو (Arrow, 1970) اینگونه بیان نمود با کاهش درجه ریسک گریزی تابع سرمایه‌گذاران ، دارایی‌های پرریسک به دارائیهای معمول با ریسک کم تبدیل شده که به سبب این امر افزایش تقاضا برای دارائیهای ریسکی بیشتر شده و نهایتاً موجب افزایش ثروت سرمایه‌گذاران می‌گردد. مطالعه در زمینه معیار نیم واریانس توسط "هوگان و وارنر (Hogan & Warner, 1972) ادامه

یافت. آنان الگوریتم را ارائه نمودند که تحت معیار ES در مبحث بهینه سازی سبدسهم براساس نرخ بازده کمتر از نرخ بازده هدف کاربرد داشت. هوگان ووارنر (Hogan & Warner, 1974) معیار ES را به مدل قیمت گذاری دارائیهای سرمایه ای نیر بسط دادند اساس تحقیق مذکور کاربرد مدل قیمت گذاری دارائیهای سرمایه ای در توزیع های غیر نرمال تحت عنوان ES-CAPM ($\Delta = (r_t - \mu)$) می باشد. در ادامه باوا (Bawa, 1975) نیم‌واریانس را در جایگاه معیار اندازه‌گیری ریسک درجهت کاهش محدودیت‌های حاکم بر تابع نزولی سرمایه‌گذاران ریسک‌گریز مطرح نمود.

مدل MLPM اولین بار توسط "باوا" و "لیندبرگ" (Bawa & Lindenberg, 1977) معرفی شد. هدف از ارایه این مدل به کاربردن مدلی کارآتر از مدل اصلی میانگین واریانس بود.

$$LPM_n = \sum_{R_p=-\infty}^{\tau} P_p (\tau - R_p)^n$$

در بیان کلی تر میتوان اینگونه بیان نمود متغیر n در مدل LPM به عنوان معیار سنجش ریسک گریزی سرمایه‌گذاران می باشد در جائیکه با افزایش در متغیر n درجه ریسک گریزی سرمایه‌گذاران نیز افزایش می یابد به طوریکه مدل n-order LPM انعکاس دهنده آشکار توزیع غیرنرمال وچولگی تابع احتمال توزیع نرخ بازده می باشد.

فیش برن (Fishburn) نوعی دیگر از مدل حد انحرافات نامطلوب را عنوان نمود که اساس ساختاری آن، مدل‌های ارایه شده قبل از آن بود:

$$LPM_{\alpha}(\tau; R) \equiv \int_{-\infty}^{\tau} (\tau - R)^{\alpha} dF(R) \\ = E\{(\max[0, \tau - R])^{\alpha}\}$$

در مدل مذکور پارامتر α انعکاس دهنده درجه حساسیت سرمایه‌گذاران نسبت به نتایج مقداری

حاصل از نرخ بازده‌هایی که پایین‌تر از نرخ بازده هدف τ است می‌باشد، براین اساس فیش برن نشان داد که:

• اگر $\alpha = 1$ باشد، این معادله بیانگر بی تفاوتی سرمایه‌گذاران نسبت به ریسک؛

• اگر $0 < \alpha < 1$ باشد، این معادله بیانگر ریسک‌پذیری سرمایه‌گذاران؛ و

• اگر $\alpha > 1$ باشد، این معادله نشان دهنده ریسک‌گریزی سرمایه‌گذاران خواهد بود.

البته در تحقیق صورت گرفته توسط فیش برن، دامنه مطالعاتی α در محدوده عدد یک تا چهار قرار دارد، به طوری که در عمل توانست به واسطه تغییر در پارامترهای α و τ فرم‌های گوناگونی از مدل‌های n-order LPM را نمایش دهد. از آنجاکه این مدل بیانگر مجذور انحرافات نرخ بازده است و این میزان انحرافات نهایتاً به واسطه تعیین نرخ بازده هدف مشخص می‌گردد، لذا می‌توان معیار $MLPM^2$ را مرجع معیار نیم واریانس عنوان کرد. در نهایت می‌توان بیان داشت که به سبب تنوع در توزیع‌های گوناگون نرخ بازده در صنعت سرمایه‌گذاری، موجبات این امر میسر شده است که در چارچوب مفاهیم و محدودیت‌های مدل میانگین واریانس مارکویتزی و به منظور رفع هرگونه از محدودیت‌های موجود در این مدل و با در نظر گرفتن تغییرات در الگوها و رفتار سرمایه‌گذاران، نتیجتاً مدل مرتبه دوم میانگین حد انحرافات نامطلوب به منظور پوشش همه موارد فوق معرفی گردید. از جمله اهداف دیگر این مدل به منظور تطبیق هرچه بیشتر مدل‌های سرمایه‌گذاری با اصل تعیین درجات ریسک‌گریزی سرمایه‌گذاران می‌باشد.

داده‌ها و روش تحقیق

دراین تحقیق به علت آنکه هدف توسعه دانش کاربردی در زمینه سرمایه‌گذاری می‌باشد میتوان این تحقیق را در زمره تحقیقات بنیادی - کاربردی و در دسته تحقیقات علی-مقایسه ای از لحاظ روش تحقیق قرار داد. چراکه در مرتبه اول با توجه به ماهیت این تحقیق در علم مالی و در

مرتب به بعد به واسطه نمونه گیری از کل جامعه مورد تحقیق، با استفاده از تکنیک های مورد نظر انتخاب شده و بررسی نمونه، یک نتیجه کلی حاصل می شود. اساس ساختاری این طرح تحقیق علمی بر اساس دومتغیر نرخ بازده و ریسک می باشد. که هر کدام از این دو متغیر از بعد کلان در زمره معیار های تصمیم گیری در فرآیند سرمایه گذاری به شمار می آیند. در واقع همواره ریسک در کنار نرخ بازده تعیین کننده محدودیت ها و موثر بر فرآیند تصمیم گیری می باشد.

جامعه آماری در این تحقیق کلیه شاخص های گروه های تفکیکی بر حسب صنعت در بورس می باشد. شاخص های مذکور در برگیرنده تمامی شرکت های پذیرفته شده در بورس بر مبنای طبقه بندی صنایع می باشد. نمونه آماری در این تحقیق در برگیرنده ۱۰ شاخص صنعت از میان ۳۷ شاخص بوده و روش نمونه گیری در این طرح تحقیق از نوع نمونه گیری گونه ای بوده، اما به سبب افزایش در ارتقاء کمی و سطح کارائی مدل های مذکور جامعه آماری طرح تحقیق را بر اساس صنایع تفکیکی تشکیل دهنده شاخص میانگین پنجاه شرکت فعال بورس طبقه بندی نموده و نمونه آماری را گزینش می نمائیم.

هدف ما در این طرح تحقیق مقایسه میان دو مدل میانگین واریانس و میانگین نیم واریانس می باشد لذا آزمونی که در این مرحله می گنجد در بیان ساده می بایست تمیز دهنده و متمایز کننده میان نتایج حاصل از این دو مدل باشد لذا با توجه به این مسئله در علوم آماری آزمونی که در برگیرنده این مسئله می باشد تنها مختص به آزمون مقایسه زوجها می باشد.

مدل سازی و مقایسه دو مدل

در ادامه مباحث پیشتر و به سبب ایجاد زمینه های مفهومی در انجام طرح تحقیق در این مبحث نیز به طور خلاصه به ساختار بندی مدل مارکویتز بر اساس ده شاخص انتخابی در نمونه

می‌پردازیم. در این مدل، سبد شاخص محاسباتی براساس ۱۰ شاخص نمونه آماری تشکیل می‌شود، یا به عبارت دیگر ترکیب سبد شاخص تشکیل دهنده مرز کاراً از ترکیبات مختلف اوزان ۱۰ شاخص تشکیل دهنده و با توجه به معیارهای ریسک (مجذور انحرافات) و نرخ بازده تعیین می‌شود. عمده ویژگی این مرز پیرو مباحث قبل در این نکته خلاصه می‌شود که همواره در سطح نرخ بازده مشابه، سبد شاخص بهینه موجود در مرز کاراً کمترین انحراف معیار ممکن را در میان سبد شاخصهای قابل دسترس (در محدود محصور مرز کاراً) دارا می‌باشد. ذکر این مطلب نیز حائز اهمیت می‌باشد که نیم واریانس براساس، اختلاف نرخ بازده هر صنعت از نرخ بازده هدف محاسبه شده است.

مدل شماره (۱):

$$\text{Minimize } G(x) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j \sigma_{ij}$$

Subject to

$$C_1(x_i) = \sum_{i=1}^N x_i \bar{R}_i - \bar{R}_p$$

$$C_2(x_i) = \sum_{i=1}^n x_i - 1$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, N,$$

خط مرز کاراً در مدل میانگین نیم واریانس به مانند تئوری مدرن سبد اوراق بهادار براساس دو محور نرخ بازده و نیم مجذور انحرافات ترسیم شده است در این میان تنها در محاسبه ریسک سبد شاخص، معیار نیم مجذور انحرافات (حد انحرافات نامطلوب) جایگزین معیار مجذور انحرافات شده است و اصول کلیه مدل مذکور بر مبنای درجات ریسک گریزی سرمایه گذاران نهاده شده است.

Minimize x_i in $LPM_n(\tau, x_i)$

$$= \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T \text{Max} \left[0, \left(\tau - \sum_{i=1}^N x_{it} R_{it} \right)^n \right]$$

Subject to

$$n = 1 \text{ or } 2$$

$$C_1(x_i) = \sum_{i=1}^N x_i \bar{R}_i - R_p$$

$$C_2(x_i) = \sum_{i=1}^N x_i - 1$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, N.$$

در ادامه به سبب آزمون فرضیه طرح تحقیق به شرح ذیل، در ابتدا بر مبنای دومدل ارائه شده،

مرزهای کارآ را ترسیم نموده و سپس به آزمون مقایسه زوجها می پردازیم:

T-test	$t = \frac{\bar{d} - d_0}{(s_d / \sqrt{n})},$ $df = n - 1$
--------	--

فرضیه طرح تحقیق: کاربرد سبد سهام بر مبنای مدل میانگین نیم واریانس، نسبت به سبد

سهام فعلی مدل میانگین واریانس کارآتر است:

$$H_0 : \mu_{\bar{d}(\sigma.msv - \sigma.mv)} = 0$$

$$H_1 : \mu_{d_0(\sigma.msv - \sigma.mv)} \neq 0$$

$H_0 \Leftarrow$ سبد سهام بر مبنای مدل میانگین نیم واریانس، نسبت به سبد سهام فعلی مدل میانگین واریانس کارآتر نیست (در سطح نرخ بازده یکسان ریسک بیشتری دارد)
 $H_1 \Leftarrow$ کاربرد سبد سهام بر مبنای مدل میانگین نیم واریانس، نسبت به سبد سهام فعلی مدل میانگین واریانس کارآتر است. (در سطح نرخ بازده یکسان ریسک کمتری دارد)

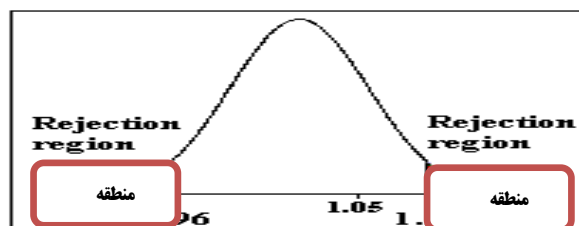
اصول مطرح شده در این فرضیه بر این اصل تاکید دارد که بر حسب نحوه محاسبه ریسک در

دو مدل مذکور تفاوت معنی داری میان ریسک در سطح بازده

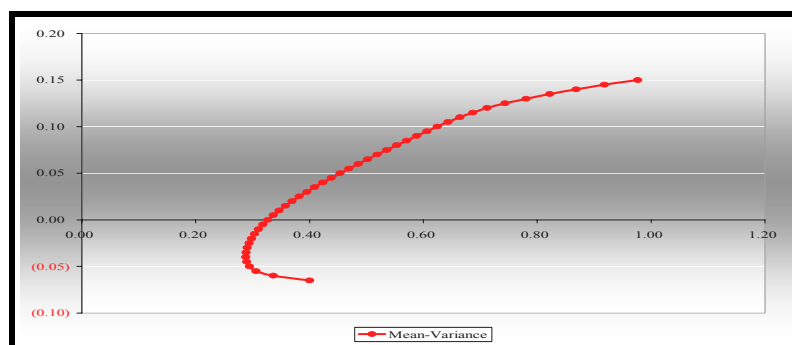
یکسان $(\sigma, mv - \sigma, msv)$ وجود دارد، که در این راستا بر اساس داده‌های حاصل شده در جدول ذیل نحوه محاسبه ریسک در سبد شاخص‌های موجود در مرکز کارآ در دو مدل، تعیین کننده مرتبه کارآئی آنان نسبت به یکدیگر می‌باشد، که به همین منظور در سطح خطای ۰,۰۵ به آزمون مقایسه زوجها پرداخته شده است. بر این اساس از آنجا که T.Stat (۷,۷۴۱) محاسبه شده کمتر از (۱,۹۶۱) دنباله سمت چپ بوده، و در منطقه بحرانی قرار می‌گیرد. در نتیجه فرضیه H_0 رد می‌شود که جدول ذیل و مؤید این مطلب می‌باشد (جدول ۱). رد فرضیه H_0 نشان از کارآئی مدل میانگین نیم واریانس نسبت به مدل میانگین واریانس دارد. از سوی دیگر پس از ترسیم مرکز کارآ حاصل از دو مدل آن چیزی که به وضوح مشخص است، ترسیم مرکز کارآ مدل میانگین نیم واریانس در سمت چپ مدل میانگین واریانس می‌باشد که خود نشان دهنده ریسک کمتر در یک سطح از بازده می‌باشد (جدول ۴).

جدول ۱: آزمون مقایسه زوج‌ها

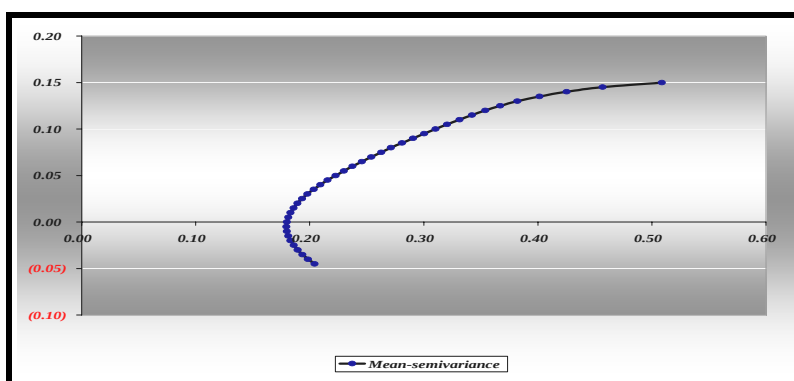
مرکز کارآ	مرکز کارآ	آزمون مقایسه زوج‌ها
مدل میانگین واریانس	مدل میانگین نیم واریانس	
0.276	0.074	میانگین
0.05	0.003	واریانس
44	44	مشاهدات
	43	درجه آزادی
	(7.741)	T.Stat (محاسباتی)
	± 1.961	T.Critical (منطقه بحرانی)



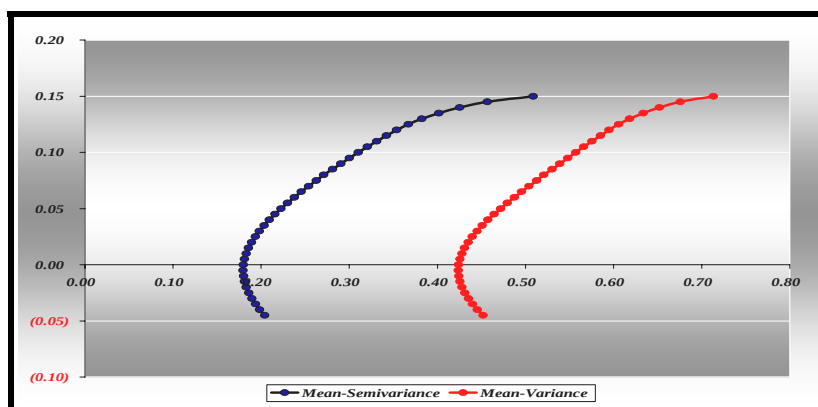
نمودار ۲: مرکز کارآمد مدل میانگین واریانس



نمودار ۳: مرکز کارآمد مدل میانگین نیم واریانس



نمودار ۴: مقایسه مرکز کارآمد دو مدل



بررسی و نتیجه‌گیری

پردازش اطلاعات حاصل از آزمون فرضیه تحقیق از مهمترین ارکان تحقیق می باشد. به طوریکه برحسب آزمون رابطه متقابل میان متغیرها (در این طرح تحقیق نرخ بازده و ریسک مهمترین رویکرد مورد بحث) می توان نتایج و پیشنهادهای مورد انتظار طرح تحقیق را ذکر نمود. بنابراین برحسب آزمون فرضیه طرح تحقیق مذکور به طور خلاصه، اهم نتایج ذیل حاصل شده است:

۱. در مدل مارکویتز (میانگین واریانس)، اصل ریسک گریزی سرمایه گذاران رعایت شده است اما در مدل حد انحرافات نامطلوب اصل ریسک گریزی سرمایه گذاران درجه بندی شده است که ماحصل مرتبه دوم مدل مذکور، مدل میانگین نیم واریانس می باشد که نسبت به مدل میانگین واریانس تطابق بهتری با اصل ریسک گریزی سرمایه گذاران دارد. چراکه در نرخ بازده مشابه ریسک کمتری را متوجه سرمایه گذاران می نماید.

۲. عمده ایراد وارده به مدل مارکویتز (میانگین واریانس) بیشتر معطوف به عدم پاسخگوئی مدل مذکور در توزیع های غیر نرمال میباشد که این ایراد در مدل میانگین نیم واریانس حل شده است. برای این اساس هرچه توزیع نرخ بازده ها چولگی بیشتری داشته باشد مرکزاً مدل میانگین نیم واریانس تفاوت فاحش تری با مدل میانگین واریانس دارد.

۳. عمده عامل بسزا در بحث کارائی دومدل ارائه شده، معیار سنجش ریسک میباشد. که در مدل میانگین واریانس توسط معیار واریانس و در مدل میانگین نیم واریانس به واسطه معیار نیم واریانس سنجیده میشود. معیار نیم واریانس به علت آنکه با توجه به نرخ

بازده هدف در مدل مرتبه دوم حد انحرافات نامطلوب تحت عنوان $MLPM^2$ یا به عبارت ساده تر میانگین نیم واریانس، در بحث اندازه گیری انحرافات تنها فقط آن دسته از مشاهداتی که کمتر از میانگین نرخ بازدهی یا نرخ بازده هدف می باشند به عنوان ریسک محسوب می نماید لذا از لحاظ مدیریت ریسک در مرتبه و اولویت بالاتری قرار داشته و برخلاف معیار واریانس، ریسک را احتمال زیان تعریف کرده و آنگاه تغییرات مطلوب را (یعنی افزایش نرخ بازدهی دارائی مالی) به عنوان ریسک محسوب نمی نماید.

۴. ترکیب سبد شاخص های ساختار بندی شده در چارچوب دومدل مذکور سهم بسزائی در کارائی و کاهش ریسک دارند بطوریکه با کاهش ریسک سهم شاخص های با انحرافات کمتر بیشتر میشود. در مدل میانگین نیم واریانس این مسئله به واسطه معیار سنجش ریسک حادثر میباشد به قسمی که موجبات تغییرات حرکتی مرکزکاراً به سمت چپ را منتج می شود. درنهایت به واسطه این امر در ازای پذیرش ریسک مشابه نرخ بازده بیشتری به سبب کاربرد مدل میانگین نیم واریانس عاید سرمایه گذاران می گردد.

منابع و مأخذ:

۱. اسلامی بیدگلی، غلامرضا و هیبتی، فرشاد. (زمستان ۱۳۷۴ و بهار ۱۳۷۵). مدیریت پرتفوی با استفاده از مدل شاخصی، تحقیقات مالی، شماره ۹ و ۱۰
۲. چارلز پی، جونز، (۱۳۸۲)، مدیریت سرمایه گذاری، ترجمه و اقتباس، تهرانی، رضا و نوربخش، عسگر، نگاه دانش
۳. راعی، رضا و سعیدی، علی (۱۳۸۳)، مبانی مهندسی مالی و مدیریت ریسک، سازمان مطالعه و تدوین کتب علوم انسانی دانشگاهها
۴. راعی، رضا و تلنگی، احمد (۱۳۸۳)، مدیریت سرمایه گذاری پیشرفته، سازمان مطالعه و تدوین کتب علوم انسانی دانشگاهها
5. Arrow, K.J., (1970) "Essays in the Theory of Risk-Bearing", North-Holland, Amsterdam.
6. Bawa, V.S., Lindenberg, E.B., 1977. Capital market equilibrium in a mean±lower partial moment framework. Journal of Financial Economics 5, 189±200.
7. Bawa, Vijay S , (1975) "Optimal Rules For Ordering Uncertain Prospects," Journal of Financial Economics, Vol 2, 95-121.
8. Chopra V K and Ziemba WT (1993) "The effect of errors in means, variances and covariances on optimal portfolio choice" J. Portfolio Management, 6–11
9. Fama E F. Mandelbrot and the stable J'aretian hypothesis. (Cootner P H, ed.) The random character of stock markerprices. Cambridge. MA: MIT Press, 1964. p. 297-306.

10. Fishburn, P.C., (1977) "Mean-risk analysis with risk associated with below-target returns", The American Economic Review, 116:126.
11. Fisher, L. 1966. Some new stock-market indices. Journal of Business 39:91-225.
12. Fisher, L., and Lorie, J. H. 1968. Rates of return on investments in common stock: the year-by-year record. 1926-65. Journal of Business 41:291-316.
13. Hanoch G and Levy H (1969) "The efficiency analysis of choices involving risk Rev". Econ. Stud. Vol 36, 335-46
14. Hogan, William W. and James M. Warren. "Computation Of The Efficient Boundary In The E-S Portfolio Selection Model," Journal of Financial and Quantitative Analysis, 1972, v7(4), 1881-1896.
15. Hogan, William W. and James M. Warren. "Toward The Development Of An Equilibrium Capital-Market Model Based On Semivariance," Journal of Financial and Quantitative Analysis, 1974, v9(1), 1-11.
16. Kallberg J G and Ziemba W T (1983) "Comparision of alternative utility functions in portfolio selection problems Management" Sci. Vol 29, 1257-76
17. Kaplan, Paul D. and Laurence B. Siegel. "Portfolio Theory is Still Alive and Well." The Journal Of Investing, Fall 1994.
18. Mandelbent 8. The variation of certain speculative prices. Cootner P H, ed.) The random character of stock marker prices. Cambridge. MA: MIT Press, 1964. p. 307-32.

19. Mao, James C. T. (1970) "Models Of Capital Budgeting, E-V Vs. E-S," Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol 5, 657-676.
20. Markowitz H M (1952)" Portfolio selection" J. Finance Vol 7, 77–91
21. Quirk, J.P. and R. Saposnik. (1962). "Admissability and Measurable Utility Functions"Review of Economic Studies
22. Rom, Brian M. and Kathleen W. Ferguson. “ ‘Portfolio Theory is Alive and Well’: A Response.” The Journal Of Investing, Fall 1994.
23. Roy, A.D., (1952). "Safety First and the holding of assets, Econometrica", 431±449.
24. Sharpe W F 1964 Capital asset prices: a theory of market equilibrium under conditions of risk J. Finance 19 425–42
25. Swalm, Ralph O. (1966) "Utility Theory - Insights Into Risk Taking," Harvard Business Review, Vol 6, 123-138.
26. Williams, J. B., (1938), The Theory of Investment Value, (Harvard University Press, Cambridge).