

مقایسه روش‌های پارامتریک و نیمه پارامتریک در تخمین ارزش در معرض ریسک

محمد رضا رستمی¹ / فاطمه حقیقی²

چکیده

در این پژوهش عملکرد مدل‌های GARCH چند متغیره پارامتریک و نیمه پارامتریک پرتفویی شامل شاخص‌های DJIA، TEDPIX و Nikkei 225 جهت تعیین بهترین سنج ارزش در معرض ریسک مورد مقایسه قرار گرفت. جهت فائق آمدن بر مشکل مدل‌های پارامتریک که اطلاعات موجود در خطاهای استاندارد را نادیده می‌گیرد، از مدل‌های نیمه پارامتریک استفاده گردید. به همین منظور پس از تخمین ماتریس کواریانس شرطی، با استفاده از مدل‌های GARCH چند متغیره پارامتریک، خطاهای استاندارد شده به صورت ناپارامتریک، با استفاده از تخمین زننده رگرسیون کرنل محاسبه گردید. با ترکیب ماتریس کواریانس پارامتریک و ماتریس پسماندهای ناپارامتریک، ماتریس کواریانس نیمه پارامتریک به دست آمد. سپس ارزش در معرض ریسک، با استفاده از ماتریس کواریانس پارامتریک و نیمه پارامتریک محاسبه و نتایج مورد بررسی قرار گرفت. نتایج حاکی از برتری مدل‌های نیمه پارامتریک نسبت به مدل‌های پارامتریک در زمینه تخمین ارزش در معرض ریسک است.

واژگان کلیدی: ارزش در معرض ریسک، مدل GARCH چند متغیره نیمه پارامتریک، توزیع
اجزای اخلاص.

طبقه‌بندی موضوعی: C32، G32.

1. استادیار مدیریت مالی دانشگاه الزهرا (س)

2. کارشناسی ارشد مدیریت مالی دانشگاه الزهرا (س) F.Haqiqi@yahoo.com

مقدمه

بیان مسئله و اهمیت آن

مدلهایی که بازده و ریسک دارایی‌های مالی را پیش‌بینی می‌کنند نقش مهمی در تصمیم‌گیری مالی ایفا می‌کنند. از آنجا که قیمت دارایی‌های مالی رابطه قوی با ریسک بازار دارد، بنابراین سهامداران نیز برای انتخاب بهتر، باید ارزیابی ریسک را مورد توجه قرار دهند. ارزیابی ریسک برای مدیران ابزاری ایجاد می‌کند که بدان وسیله زیان‌های احتمالی طرح‌های خود را به حداقل برسانند؛ و با در نظر داشتن ریسک و عدم اطمینان در مورد وقایع مورد انتظار، تصمیمات بهتری اتخاذ کنند. یکی از معیارهایی که به عنوان شاخص ریسک مطرح می‌شود، ارزش در معرض ریسک¹ است. ارزش در معرض ریسک راهی برای ارزیابی، مدیریت ریسک و تصمیم‌گیری در مورد ریسک ارائه می‌کند (Panning, 1999). پیشرفت‌های اخیر در اقتصاد سنجی مالی در ساختارهای غیر خطی سری‌های زمانی، استفاده از ارزش در معرض ریسک را برای مدلسازی ریسک و بازده مورد انتظار سرمایه‌گذاران پیشنهاد می‌کند. مدل‌های متعددی برای تخمین ارزش در معرض ریسک وجود دارد. جهت انتخاب مدل مناسب، ویژگی داده‌های مالی مورد اهمیت قرار می‌گیرد.

یکی از ویژگی‌های بازارهای مالی، غیر قابل پیش‌بینی بودن ریسک دارایی‌های مالی است. در این صورت خطاها در دوره‌های زمانی مختلف، عدد واحدی نخواهند بود. این رفتار ناهمسانی واریانس² نامیده می‌شود که به تأثیر چگونگی نوسان بازار مربوط می‌شود و منجر به نوسانات خوشه‌ای می‌گردد (Campbell, et. Al., 1997). با وجود ناهمسانی واریانس، ضریب رگرسیون برای یک رگرسیون معمولی حداقل مجذورات بدون تورش است؛ اما خطاهای استاندارد و فاصله اطمینان‌ها، که با روش‌های مرسوم سنجیده می‌شوند، نادرست خواهند بود و درک صحیحی از صراحت مدل ایجاد نمی‌کنند. ویژگی دیگر بازارهای مالی وجود درجه‌ای از خود همبستگی در داده‌هاست که در مدل‌های ساده بیان نمی‌شود (Engle, 2001). انگل مدل خودرگرسیون ناهمسانی واریانس شرطی³، یا ARCH را به عنوان راه حلی برای این گونه سری‌های زمانی پیشنهاد داد. در مدل‌های ARCH، واریانس شرطی یک فرآیند خودرگرسیون است که از ناهمسانی واریانس شرطی خطاها منتج می‌شود. مدل‌های ARCH، قادر به توصیف دوره‌های آسایش و تلاطم سری‌های زمانی هستند. اما بولرسلو⁴

1. Value at Risk

2. Heteroskedasticity

3. Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (ARCH)

4. Bollerslev

مدل انگل را با تکنیکی که واریانس شرطی را در فرآیند ARMA بیان می‌کرد، گسترش داد. وی دریافت که می‌توان هم زمان، خودرگرسیون و میانگین متحرک را بکار گرفت. تعمیم یافته مدل ARCH که مدل خودرگرسیونی ناهمسانی واریانس شرطی تعمیم یافته¹ یا GARCH نامیده می‌شود، خودرگرسیونی و میانگین متحرک را با هم، در ناهمسانی واریانس بکار می‌گیرد (Enders, 1996). موفقیت مدل‌های GARCH، باعث کاربرد گسترده آن در توصیف نوسانات زمانی، نوسانات خوشه ای و واکنش نامتقارن به شوک‌های منفی و مثبت شده است. به این منظور برای تعیین ارزش در معرض ریسک از مدل‌های GARCH استفاده می‌شود (Engle et al., 2007).

از طرفی هنگامی که مدلسازی نوسان بازده‌ها مرکز عمده توجه است، درک حرکات همزمان بازده‌ها اهمیت زیادی پیدا می‌کند و بنابراین گسترش مدل‌های GARCH چند متغیره² (MGARCH) مهم است. مدل‌های GARCH چند متغیره قادر به تعیین ریسک پرتفویی از بازده‌ها هستند و ریسک تمامی دارایی‌های پرتفوی را در یک عدد واحد خلاصه می‌کنند. به دلیل طبیعت چند متغیره مدل GARCH، می‌توان به طور کامل روابط پویای متقابل بین اجزای پرتفوی را محاسبه نمود. امروزه ثابت شده است که در بیشتر فعالیت‌های مالی، مدلسازی پویای ماتریس کواریانس، با روش چند متغیره، مناسب‌تر از دیگر روش‌ها است (Audrino, et al., 2003). مدل‌های GARCH چند متغیره انواع متعددی دارند. در این پژوهش مدل‌هایی مورد استفاده قرار گرفته است که بر همبستگی بین اعضای پرتفوی تمرکز دارند. پژوهش‌های صورت گرفته حاکی از پویایی همبستگی شرطی اعضای پرتفوی در طول زمان است. یکی از ویژگی‌های مطلوب GARCH چند متغیره این است که انعطاف کافی برای پویایی واریانس‌ها و کواریانس‌های شرطی را فراهم می‌کند. دیگر این که اغلب، تعداد پارامترهای موجود در مدل GARCH چند متغیره متناسب با افزایش ابعاد مدل، تغییر می‌کند. این ویژگی، تخمین‌های ساده‌تر و تفسیر صریح‌تری از پارامترهای مدل را فراهم می‌کند.

با این وجود، تمام مدل‌های GARCH چند متغیره دو نقص عمده دارند. (1) جهت ساده سازی، فرض می‌شود که جزء اخلاط‌های مدل‌های چند متغیره از یک فرآیند گوسی چند متغیره تبعیت می‌کنند. در حالی که فرض نرمال بودن در چندین پژوهش مورد شک و تردید واقع شده و برخی به این نتیجه رسیده‌اند که توزیع t-Student مناسب‌تر است. (2) حالت تبعی ماتریس کواریانس شرطی و ماتریس همبستگی شرطی، خطی هستند. این پویایی خطی در بردارنده احتمالات غیر خطی است. اگر

1. Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedastisity (GARCH)
2. Multivariate GARCH (MGARCH)

مدل پارامتریک، هم در تابع چگالی الحاقی و هم در حالت تبعی به درستی مشخص شده باشد، تخمین زنده، ثابت و کارا خواهد بود. متأسفانه، هر اشتباهی در مورد فرض چگالی یا حالت تبعی، مدل پارامتریک را ناکارا و غیر ثابت می کند. اما خوشبختانه، می توان بر هر دوی این مشکلات با تکنیک های تخمینی ناپارامتریک فائق آمد.

مدل های ناپارامتریک هیچگونه محدودیتی بر مفروضات توزیعی تحمیل نمی کنند. به همین دلیل نسبت به مدل های پارامتریک که توزیع تمامی داده ها را به طور غیر واقعی نرمال فرض می کنند و تنها اطلاعات موجود در توزیع نرمال را بکار می گیرند، تمامی اطلاعات حتی اطلاعات موجود در خطاهای استاندارد را نیز بکار می گیرند. تخمین زنده ناپارامتریک قادر به توصیف ناشناخته های غیر خطی موضعی است، اما در مقایسه با رقیب پارامتریک، از نرخ همگرایی آهسته تری برخوردار است. همچنین بین مدل های پارامتریک و ناپارامتریک توازنی وجود دارد. تخمین زنده موضعی ناپارامتریک در تابع چگالی غیر نرمال و حالت تبعی (تورش های کمتر) قوی است، اما واریانس بالاتر دارد؛ مدل پارامتریک در واریانس کمتر قوی است اما در تورش های بالا ضعیف عمل می کند. به منظور پوشش همزمان این دو نقص، مدل GARCH چند متغیره نیمه پارامتریک¹ پیشنهاد می شود، که در آن تخمین زنده پارامتریک و ناپارامتریک با یکدیگر ترکیب می گردند. در این مدل ابتدا ماتریس کواریانس شرطی به صورت پارامتریک تخمین زده می شود، سپس جهت بکارگیری اطلاعات پنهان در خطاهای استاندارد که در مدل پارامتریک نادیده گرفته شده است، مدل کواریانس شرطی خطاهای استاندارد شده به صورت ناپارامتریک به وسیله تخمین زنده رگرسیون کرنل تخمین زده می شود. به طور کلی، اگر مدل پارامتریک، هم در تابع توزیع و هم در حالت تبعی درست مشخص شده باشد، تخمین زنده پارامتریک سازگار و کارا خواهد بود. روش ناپارامتریک نیز برای توزیع غیر نرمال و حالت تبعی قوی است. با ترکیب چند گانه بخش پارامتریک و ناپارامتریک، مدل نیمه پارامتریک ویژگی های مطلوب مدل های والد خود را به ارث می برد.

مدل GARCH چند متغیره نیمه پارامتریک چندین ویژگی مطلوب دارد: اول؛ در ماتریس کواریانس شرطی، ویژگی معین مثبت بودن آن رضایت بخش است. دوم؛ این مدل ویژگی های مطلوب والدین خود را نیز به ارث برده است. به عنوان یک مدل پارامتریک، اگر تصریح ها درست باشند، ثابت و کاراست. به عنوان یک مدل ناپارامتریک، در خطاهای تصریح تابع توزیع و حالت تبعی بسیار قوی است و احتمال خطای تصریح در فرآیند اجزای اخلاص و پویایی های غیر خطی نگران کننده

1. Semi-parametric Multivariate GARCH (SM-GARCH)

نیست. سوم؛ به عنوان ترکیبی از روش‌های پارامتریک و ناپارامتریک، بخشی از آن به صورت کلی و بخشی از آن به صورت موضعی تخمین زده می‌شود (Long, 2004).

مروری بر پیشینه پژوهش

اگرچه اصطلاح ارزش در معرض ریسک از اواسط 1990 به طور گسترده‌ای مورد استفاده قرار گرفت، اما پیدایش آن به قبل از آن بر می‌گردد. ارزیابی‌های اولیه ارزش در معرض ریسک در دو خط موازی گسترش یافتند؛ محاسبات کفایت سرمایه و تئوری پرتفوی. در سال 1995، جی پی مورگان دستیابی به داده‌ها را بر مبنای واریانس و کواریانس اوراق بهادار مختلف و دارایی‌های متفاوت فراهم کرد. این خدمات، ریسک متریک نامیده شدند و اصطلاح ارزش در معرض ریسک برای تشریح ارزیابی ریسک مورد استفاده قرار گرفت. تحقیقات نظری مرتبط با ارزش در معرض ریسک به عنوان معیار ارزیابی ریسک، توسط جوریون در سال 1997 و دوود در سال 1998 مطرح شد که از ارزش در معرض ریسک برای مدیریت ریسک به عنوان استاندارد صنعت استفاده کردند. بولرسلو و همکاران (Bollerslev, et al., 1988)، دریافتند که ماتریس کواریانس شرطی بازده دارایی‌ها، شدیداً خودرگرسیو است و از فرآیند GARCH تبعیت می‌کند و اجزای اخلاص نیز باید هنگامی که توزیع شرطی بازده‌ها تخمین زده می‌شود، در اطلاعات بکار گرفته شوند. تز و همکاران (Tse, et al., 1998)، بیان کردند که ماتریس همبستگی شرطی از نوعی میانگین متحرک خودرگرسیو قابل قیاس پیروی می‌کند و همبستگی شرطی بین دارایی‌های یک پرتفوی ثابت نیست. تز (Tse, 2000)، ثابت کرد که همبستگی بازده بازار سهام وابسته به زمان است. لی و همکاران (Lee, et al., 2006)، انگل (Engle, 2002) و انگل و همکاران (Engle, et al., 2001)، دریافتند که فرآیند تخمین مدل همبستگی پویای شرطی (DCC) منعطف است و مدل‌سازی پویای فرآیند نوسانات را فراهم می‌کند. لدوئیت و همکاران (Ledoit, et al., 2003)، آدرینو و همکاران (Audrino, et al., 2003)، به این نتیجه رسیدند که در زمینه معیارهایی چون صحت پیش‌بینی، وجود پسماندهای استاندارد شده، تخمین ارزش در معرض ریسک، و انتخاب پرتفوی، روش GARCH چند متغیره منعطف، عملکرد بهتری دارد. پانچنکو (Panchenko, 2006) لانگ و همکاران (Long, et al., 2005) و لانگ (Long, 2004) و رامبوتس و همکاران (Rombouts, et al., 2009) بیان کردند که مدل GARCH چند متغیره نیمه پارامتریک، بهتر از مدل‌های GARCH چند متغیره پارامتریک در قالب تابع زیان عمل می‌کند. لیما و همکاران (Lima, et al., 2007) نشان دادند که روش مبتنی بر رگرسیون چندک با

تأثیر ARCH بر دیگر روش‌ها که نیازمند مفروضات توزیع هستند برتری دارد. وانگ و همکاران (Wang, et al., 2008)، بر این عقیده بودند که همبستگی وابسته به زمان در بدترین شرایط نقش مهمی دارد و هنگام مواجهه با مدیریت ریسک نمی‌تواند نادیده گرفته شود. لارنت و همکاران (Laurent, et al., 2010)، بیان کردند که در دوره‌های بی‌ثبات، مدل‌های اورتوگونال و همبستگی پویای شرطی (DCC) با اثر اهرمی روی واریانس شرطی بهتر عمل می‌کنند. چنگ و هونگ (Cheng, et al., 2011)، توزیع t چوله تعمیم یافته¹ منعطف را بکار گرفتند و بیان کردند که تخمین‌های ارزش در معرض ریسک با توزیع t چوله تعمیم یافته و ناپارامتریک بهتر از دیگر توزیع‌ها است.

در بررسی عملکرد روش‌های پارامتریک چند متغیره با دیگر روش‌ها در کشور، تنها ثابت قدم به مقایسه روش‌های پارامتریک و ناپارامتریک جهت محاسبه ارزش در معرض ریسک پرتفوی پرداخته است. وی در روش پارامتریک با استفاده از روش VAR-M-GARCH به مدل‌سازی نوسان شرطی پرداخت. در روش ناپارامتریک نیز با استفاده از تابع کرنل ارزش در معرض ریسک را محاسبه نمود (ثابت قدم، 1387).

پرسش‌ها و فرضیه‌های پژوهش

این پژوهش به دنبال پاسخ این پرسش است که آیا اطلاعات خطاهای استاندارد، نقش مؤثری در توصیف ریسک دارند؟ آیا می‌توان آنها را نادیده گرفت و به راحتی از مدل‌های پارامتریک برای انواع توزیع داده‌ها استفاده نمود؟ در واقع آیا می‌توان فرض توزیع را نادیده گرفت؟ در این پژوهش دیگر ویژگی داده‌های مالی یعنی همبستگی شرطی اعضای پرتفوی نیز مورد بررسی قرار گرفت. به همین منظور عملکرد دو نوع مدل GARCH چند متغیره که یکی همبستگی در طول زمان را ثابت و دیگری پویا در نظر می‌گیرد، مورد بررسی قرار گرفت. بر این اساس می‌توان به دنبال پاسخ این پرسش بود که آیا همبستگی بین اعضای یک پرتفوی در تخمین ریسک مؤثر است یا خیر. بنابراین مفروضات این پژوهش عبارت است از:

- 1- مدل‌های نیمه پارامتریک بهتر از مدل‌های پارامتریک ارزش در معرض ریسک را تخمین می‌زنند.
- 2- مدل‌هایی که پویایی همبستگی شرطی بین اعضای پرتفوی را لحاظ می‌کنند بهتر از مدل‌هایی عمل می‌کنند که همبستگی مذکور را ثابت فرض می‌کنند.

1. Skewed generalized t (SGT)

این پژوهش به دنبال بررسی برتری مدل‌های نیمه پارامتریک و پارامتریک چند متغیره در تعیین ریسک پرتفوی است. به دلیل نقص مدل‌های پارامتریک و ناپارامتریک، ترکیبی از این مدل‌ها یعنی مدل‌های نیمه پارامتریک بکار گرفته شد. به این منظور، ابتدا ماتریس کواریانس پارامتریک شرطی با استفاده از مدل‌های GARCH پارامتریک که فرض خاصی را بر توزیع تحمیل می‌کنند، تخمین زده شد. سپس جهت بکارگیری اطلاعات پنهان در خطاهای استاندارد، از مدل ناپارامتریک تخمین زننده رگرسیون کرنل استفاده گردید که هیچ گونه فرض توزیعی را بر داده‌ها تحمیل نمی‌کند. سپس با ترکیب ماتریس پسماندهای ناپارامتریک و ماتریس کواریانس پارامتریک، ماتریس کواریانس نیمه پارامتریک به دست آمد که از آن، در راستای تخمین ارزش در معرض ریسک استفاده گردید. در آخر صحت ارزش در معرض ریسک محاسبه شده با تابع پس نگر مبتنی بر تابع زیان مورد بررسی قرار گرفت و نتایج ارزیابی گردید. نتایج حاکی از برتری مدل‌های نیمه پارامتریک نسبت به مدهای پارامتریک جهت تخمین ارزش در معرض ریسک است.

ادبیات و چارچوب نظری

مدل GARCH

انگل مدل ناهمسانی واریانس شرطی را به این صورت بیان کرد:

$$\varepsilon_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2 + v_t \quad (1)$$

که v_t یک فرآیند وایت نویز است. بولرسلو مدل انگل را با تکنیکی که واریانس شرطی را در فرآیند ARMA بیان می‌کرد، گسترش داد. با توجه به فرآیند خطا:

$$\varepsilon_t = v_t \sqrt{h} \quad (2)$$

که $\sigma_v^2 = 1$ و:

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i} \quad (3)$$

$\{v_t\}$ یک فرآیند وایت نویز و مستقل از ε_{t-i} تحقق یافته است؛ تعمیم یافته مدل ARCH(p,q) که GARCH(p,q) نامیده می‌شود، خودرگرسیون و میانگین متحرک را با هم، در ناهمسانی واریانس بکار می‌گیرد. مدل GARCH(p,q)، شامل تأخیرات واریانس شرطی (MA^1) یا تعداد واژه‌های

GARCH، (q)؛ و تأخیرات خودرگرسیون (AR^l) یا تعداد واژه‌های ARCH خطی (p) است (Engle, 2001).

مدل های GARCH تک متغیره زیادی وجود دارد. جهت تخمین ریسک پرتفوی نمی توان از مدل های تک متغیره استفاده نمود. همچنین مسئله مهم در یک پرتفوی، وجود همبستگی بین اعضای پرتفوی است. در طول زمان این همبستگی ثابت نخواهد ماند. مدل های تک متغیره قادر به توصیف همبستگی مذکور نمی باشند. از این رو به مدل های چند متغیره ای نیاز است که هم ریسک پرتفوی را در یک عدد خلاصه کند و هم همبستگی پویای وابسته به زمان را لحاظ نماید.

مدل های GARCH چند متغیره

فرض کنید که دنباله بازده $\{r_t\}_{t=1}^T$ مربوط به داده‌های مالی، از یک فرآیند احتمالی تبعیت می کند:

$$r_t | f_{t-1} \sim P(\mu_t, H_t; \theta) \quad (4)$$

که در آن $r_t \equiv (r_{1,t}, r_{2,t})'$ یک بردار 2×1 است، f_{t-1} اطلاعات مربوط به زمان $t-1$ است، و $E(r_t | f_{t-1}) = \mu_t$ و $E(r_t r_t' | f_{t-1}) = H_t$ تابع توزیع الحاقی تجمعی r_t و θ بیانگر پارامترهای توزیع هستند. برای استاندارد سازی خطاها: $e_t \equiv H_t^{-1/2} r_t$ ، $E(e_t | f_{t-1}) = 0$ ، $E(e_t e_t' | f_{t-1}) = I$ و ماتریس کواریانس شرطی H_t باید به $D_t R_t D_t$ تجزیه شود که در آن ماتریس همبستگی شرطی بین r_t ها است، و

$$D_t \equiv \text{diag}(H_t)^{-1/2} \quad (5)$$

معمولاً فرض می شود که e_t از توزیع نرمال تبعیت می کند: $e_t \sim \text{i.i.d. } N(0, I)$. همان طور که می دانیم ماتریس همبستگی شرطی بین $r_{1,t}$ و $r_{2,t}$ برابر است با واریانس شرطی بین متغیر استاندارد شده $\varepsilon_{1,t}$ و $\varepsilon_{2,t}$:

$$\rho_{12,t} \equiv \text{Corr}(r_{1,t}, r_{2,t} | f_{t-1}) = \text{Cov}(\varepsilon_{1,t}, \varepsilon_{2,t} | f_{t-1}) \quad (6)$$

که در آن:

$$\varepsilon_t = D_t^{-1} r_t \equiv (\varepsilon_{1,t}, \varepsilon_{2,t})' \quad (7)$$

آن چه در این جا اهمیت دارد، فرآیند ماتریس H_t است. مدل های پارامتریک مختلفی وجود دارد که هر کدام H_t را به شیوه‌ای خاص تخمین می زنند (Long, 2004). مدل همبستگی ثابت

شرطی¹ (CCC) بولرسلو فرض می‌کند که همبستگی شرطی ρ_t ثابت است، در حالی که وابسته به زمان بودن کواریانس شرطی تنها می‌تواند به وابسته به زمان بودن واریانس شرطی نسبت داده شود. فرمول مدل CCC عبارت است از:

$$h_{i,t} = \omega_i + k_i h_{i,t-1} + \lambda_i r_{i,t-1}^2, \quad i=1,2 \quad (8)$$

و

$$\rho_{12,t} = \rho \quad (9)$$

بر مبنای $H_t = D_t R_t D_t$ ، مدل DCC^2 تر و تسوی شامل مدل GARCH یک متغیره برای $h_{i,t}$ بر معادله بالا، و تابع پویای نوع GARCH مربوط به R_t است:

$$R_t = (1 - \beta - \gamma) \bar{R} + \beta R_{t-1} + \gamma \tilde{R}_{t-1} \quad (10)$$

که در آن $\bar{R}$ ، R_t و $\tilde{R}_t$ غیر شرطی، شرطی و ماتریس همبستگی نمونه در زمان t با عناصر واحد دیاگونال هستند؛ و عناصر غیر دیاگونال مربوط به $\tilde{R}_t$ عبارت است از:

$$\tilde{\rho}_{12,t} = \frac{\sum_{k=1}^M \varepsilon_{1,t-k} \varepsilon_{2,t-k}}{\sqrt{(\sum_{k=1}^M \varepsilon_{1,t-k}^2)(\sum_{k=1}^M \varepsilon_{2,t-k}^2)}} \quad (11)$$

به منظور تضمین معین مثبت بودن $\tilde{R}_t$ ، M نباید کمتر از k باشد. کواریانس شرطی $h_{12,t}$ و ویژگی وابسته به زمان را هم از واریانس شرطی $h_{i,t}$ و هم از همبستگی شرطی $\rho_{12,t}$ بکار می‌گیرد. مؤثرترین ویژگی مدل DCC، الگوریتم دو مرحله‌ای آن است که توسط انگل بیان شد: بعد از استاندارد سازی پسماندها، ε_t بوسیله مدل سازی واریانس شرطی، با مدل GARCH یک متغیره همانند معادله 8، یک مدل BEKK برای کواریانس شرطی Q_t مربوط به ε_t ساخته می‌شود:

$$Q_t = (1 - \beta - \gamma) \bar{Q} + \beta (\varepsilon_{t-1} \varepsilon_{t-1}') + \gamma Q_{t-1} \quad (12)$$

که در آن $\bar{Q}$ ماتریس کواریانس نمونه مربوط به $\hat{\varepsilon}_t$ است. $0 < \beta$ و $0 < \gamma$ و $1 > \gamma + \beta$ شرایط ضروری برای مانا بودن Q_t هستند. ویژگی‌های ماتریس همبستگی، مثل معین مثبت بودن، عنصر واحد دیاگونال، با تبدیل $R_t \equiv \text{diag}\{Q_t\}^{-1} Q_t \text{diag}\{Q_t\}^{-1}$ به حد مطلوب خود می‌رسد. به واسطه این ساختار و الگوریتم دو مرحله‌ای، مدل DCC برای ابعاد بالای سیستم، انعطاف پذیر می‌شود و اضافه شدن متغیرهای بیشتر به سیستم موجود، پذیرفته خواهد شد.

برای مدل DCC تابع احتمال لگاریتمی را به این صورت می توان بیان کرد:

$$L = -\frac{1}{2} \sum (2\log(2\pi) + 2\log|D_t| + \log|R_t| + r_t' D_t^{-1} R_t^{-1} D_t^{-1} r_t) \quad (13)$$

الگوریتم تخمین دو مرحله ای در مدل DCC، به L_y و L_r تجزیه می شود: (i) فرض کنید که R_t ماتریس معین مثبت است و با حداکثر سازی L_y ، تابع احتمال لگاریتمی را برای متغیر انفرادی پارامترهای ناشناخته در پویایی های D_t تخمین می زند، در حالی که:

$$L_y = -\frac{1}{2} \sum_t (2\log(2\pi) + 2\log|D_t| + r_t' D_t^{-1} R_t^{-1} D_t^{-1} r_t) \quad (14)$$

(ii) بعد از بدست آوردن $\hat{\varepsilon}_t = D_t^{-1} r_t$ ، از L_y استفاده می کنیم، تابع احتمال لگاریتمی را برای تخمین پارامترها در پویایی همبستگی شرطی کاهش می دهیم، در حالی که داریم (Silvennoinen, et al., 2008):

$$L_r = -\frac{1}{2} \sum_t (\log|R_t| + \varepsilon_t' R_t^{-1} \varepsilon_t) \quad (15)$$

ویژگی عمده مدل های پارامتریک تحمیل فرض نرمال بودن توزیع داده هاست. در این صورت با وجود نوسانات بسیار، اطلاعات موجود در خطاها، در تخمین ها در نظر گرفته نمی شوند. در این شرایط ریسک تخمین زده شده گویای تمامی اطلاعات نخواهد بود. جهت فائق آمدن بر این مشکلات می بایست اطلاعات نهفته در خطاهای استاندارد شده را با روش ناپارامتریک تخمین زد.

مدل های ناپارامتریک

به منظور تخمین $E(z_t | x_t)$ از فرآیند تولید داده $z_t = m(x_t) + e_t$ و $t=1, \dots, T$ که در آن $m(x_t)$ تابع رگرسیون صحیح اما ناشناخته است و X_t متغیر توضیحی است، می توان حداقل مربعات جهانی¹ (LS) تابع هدف را کمینه کرد:

$$\sum_{t=1}^T e_t^2 = \sum_{t=1}^T (z_t - m(x_t, \delta))^2 \quad (16)$$

به منظور پوشش این ناسازگاری و تورش LS پارامتریک جهانی تخمین زننده $\hat{\delta}$ در خطای تصریح مدل پارامتریک، می توان حداقل مربعات موضعی تابع هدف زیر را برای بدست آوردن LS

1 . Least Square global (LS)

ناپارامتریک موضعی تخمین زننده $\delta(x)$ کمینه کرد و تابع رگرسیون موضعی متناظر با آن، $m(x)$ را بدست آورد:

$$\sum_{t=1}^T e_t^2 K_{tx} = \sum_{t=1}^T (z_t - m(x_t, \delta))^2 K_{tx} \quad (17)$$

که در آن $K_{tx} = K(\frac{x_t - x}{h})$ تابع کرنل با گشتاور کامل دوم و پهنای $h \rightarrow 0$ و $T \rightarrow \infty$ است. گذشته از این، پهنای بهینه، فرمول $h_{optimal} = 1.06 S_x T^{-0.2}$ را دنبال می‌کند.

تخمین چگالی بازده‌ها بوسیله تخمین زننده رگرسیون کرنل

چگالی شرطی بازده‌ها در معادله شش عبارت است از:

$$f_{r_t|I_{t-1}}(r) = |H_t(q)|^{-1/2} g(H_t^{-1/2}(q)(r - m_t(q))) \quad (18)$$

سه مدل GARCH پارامتریک تخمین زده شده، حالت‌های تبعی مختلفی برای ماتریس کواریانس شرطی $H_t(\theta)$ تعریف می‌کنند. ما تصریح‌های انجام شده در این زمینه را با مفروضاتی در مورد توزیع ϵ_t^2 ترکیب می‌کنیم. بردار پارامتر θ با حداکثر راست‌نمایی گوسی¹ تخمین زده می‌شود. این روش بر این دلالت دارد که در طی تخمین فرض خواهیم کرد که $g(x) \propto \exp(-(x'x)/2)$. پس، قسمت مرتبط با تابع احتمال نمونه $t = 1, \dots, T$ برابر خواهد بود با:

$$-\sum_{t=1}^T (\ln |H_t(q)| + (y_t - m_t(q))' H_t^{-1}(q) (y_t - m_t(q))) \quad (19)$$

که مشروط بر ارزش‌های آغازین μ_0 و H_0 می‌باشد. این معادله می‌تواند با تحصیل θ با استفاده از یک الگوریتم عددی حداکثر شود، به طوری که اگر با یک تخمین زننده پایدار توزیع به صورت نرمال منتج شود، $\mu_t(\cdot)$ و $H_t(\cdot)$ به درستی تصریح خواهند شد. چگالی $g(\cdot)$ در معادله 18 با تخمین زننده چگالی کرنل تخمین زده می‌شود. تخمین زننده چگالی کرنل چند متغیره با ماتریس پهنای H و کرنل چند متغیره K را می‌توان به این صورت بیان کرد:

$$\hat{g}_H(x) = \frac{1}{T|H|} \sum_{t=1}^T K(H^{-1}(\xi_t - x)) \quad (20)$$

اگر واریانس اجزای اخلاص یکسان باشند، بهتر است از پهنای اسکالار $H = hI_N$ با شرط $h > 0$ و ماتریس تعریف شده N بعدی I_N استفاده شود. اگر $Th^N \rightarrow \infty$ و $h \rightarrow 0$ به طوری که

1. Quasi-Maximum Likelihood (QML)

$T \rightarrow \infty$ تخمین چگالی چند متغیره کرنل پایدار خواهد بود و به صورت نرمال توزیع می شود. تخمین چگالی ما عبارت خواهد بود از (Rombouts, et al., 2009):

$$\hat{g}_h(x) = \frac{1}{Th^N} \sum_{t=1}^T \prod_{i=1}^N K\left(\frac{\xi_{i,t} - x_i}{h}\right) \quad (21)$$

مدل GARCH چند متغیره نیمه پارامتریک

بعد از بدست آوردن ماتریس کواریانس شرطی پارامتریک $H_{p,t}$ مربوط به r_t می توان r_t را به منظور بدست آوردن پسماندهای استاندارد شده $e_t = H_{p,t}^{-1/2} r_t$ ، استاندارد کرد. به منظور تخمین ماتریس کواریانس شرطی e_t ، حالت چند متغیره حداقل مربعات تابع هدف $\sum_{t=1}^T \|e'_t e_t C(X) C(X)'\| K_h(X_t - X)$ را کمینه می سازیم، که در آن $C(X)$ مثلث پائینی ماتریس موضعی با عناصر $c_1(X)$ ، $c_2(X)$ و $c_3(X)$ است و $\|A\|$ مجموع مجذور عنصر به عنصر ماتریس A است. CC' معین مثبت بودن $E[e_t e'_t | f_{t-1}]$ را تضمین می کند. تخمین زننده ماتریس کواریانس شرطی نیمه پارامتریک عبارت است از:

$$\hat{H}_{sp,t}(X) = (\hat{H}_{p,t}^{-1/2} \hat{C}(X)) (\hat{H}_{p,t}^{-1/2} \hat{C}(X))' \quad (22)$$

به دلیل این که $H_{p,t}^{1/2}$ و $C(X) C(X)'$ معین مثبت هستند، $\hat{H}_{sp,t}(X)$ نیز می تواند ویژگی معین مثبت بودن ماتریس کواریانس شرطی را برآورده کند. به منظور تخمین پارامترهای c_1 ، c_2 و c_3 از بهینه سازی غیر خطی موضعی استفاده می شود:

$$(\hat{c}_1, \hat{c}_2, \hat{c}_3) = \operatorname{argmin} \sum_{t=1}^T [(\hat{e}_{1,t}^2 - c_1^2)^2 + (\hat{e}_{1,t}^2 \hat{e}_{2,t} - c_1 c_2)^2 + (\hat{e}_{2,t}^2 - c_2^2 c_3^2)^2] K_h(X_t - X) \quad (23)$$

که در آن $e_t = r_t \hat{H}_{p,t}^{-1/2}$ می باشد و $K_h(X_t - X) = k\left(\frac{x_{1,t} - x_1}{h_1}\right) k\left(\frac{x_{2,t} - x_2}{h_2}\right)$ منفی کرنل مربوط به R_2 است. به منظور تخمین، الگوریتم دو مرحله ای زیر را اجرا می کنیم:

1. استفاده از مدل GARCH چند متغیره پارامتریک، همانند CCC و DCC برای تخمین $\hat{H}_{p,t}$ و استاندارد کردن داده ها برای بدست آوردن پسماندهای استاندارد شده $\hat{e}_t = r_t \hat{H}_{p,t}^{-1/2}$.
2. استفاده از روش بهینه سازی موضعی غیر خطی برای یافتن عناصر مثلث پائینی ماتریس C (Long, 2004).

ارزش در معرض ریسک¹

ارزش در معرض ریسک حداکثر زیانی است که کاهش ارزش سبد دارایی برای دوره معینی در آینده، با ضریب اطمینان مشخصی، از آن بیشتر نمی‌شود. اگر $R_{t,h}$ متغیر تصادفی باشد که به دنبال تعیین ارزش h روز آینده آن با سطح معنی‌داری α باشیم، ارزش در معرض ریسک در زمان t برابر است با:

$$VaR_{\alpha,h} = -\inf\{x \in R : P(R_{t,h} \leq x) \geq \alpha\} \quad (24)$$

به طور کلی تر ارزش در معرض ریسک، چندک توزیع عایدات و زیان‌ها در یک افق زمانی است. اگر α به عنوان سطح اطمینان انتخاب شود، ارزش در معرض ریسک به کمترین دامنه $1-\alpha$ مربوط می‌شود. برای سطح اطمینان 95٪، ارزش در معرض ریسک کمتر از 5٪ کل توزیع مشاهدات است (Jorion, 2000).

روش‌های متعددی جهت تخمین ارزش در معرض ریسک وجود دارد. به طور کلی روش‌های تخمین ارزش در معرض ریسک به دو نوع خطی و غیر خطی تقسیم می‌شوند. مدل‌های خطی بر مبنای روش ماتریس کواریانس قراردارند که می‌توان آنها را با استفاده از یک مدل عاملی یا یک مدل دیالوگ‌ناال ساده کرد. مدل‌هایی که در قبل آمد از نوع مدل‌های خطی هستند. با توجه به ویژگی بازارهای مالی از جمله ناهمسانی واریانس، خودهمبستگی و نوسانات خوشه‌ای از مدل‌هایی استفاده گردید که تمامی این ویژگی‌ها را در خود جای دهد.

روش تحقیق

داده‌ها

جهت تخمین ارزش در معرض ریسک، پرتفویی شامل بازده‌های هفتگی سه شاخص نقدی و قیمتی بورس اوراق بهادار تهران (TEDPIX)، میانگین صنایع داووجونز (DJIA) و شاخص بورس اوراق بهادار توکیو (Nikkei 225) در بازه زمانی ده سال از اول فروردین سال 1380 (21 مارس 2001) تا اول فروردین سال 1390 (20 مارس 2011) که 464 مشاهده بود، در نظر گرفته شد. به دلیل این که بازار امریکا و ژاپن شنبه و یکشنبه را روز آخر هفته و ایران پنج شنبه و جمعه را روز آخر هفته در نظر گرفته‌اند، تنها 3 روز کاری در هفته باقی خواهد ماند. به همین دلیل از داده‌های هفتگی استفاده کرده

1. Value at Risk

و روز سه‌شنبه به عنوان روز هفته برای هر سه شاخص در نظر گرفته شد. بازده شاخص به صورت تفاضل لگاریتمی تعریف شده است که اجزاء غیرقابل پیش بینی بازده شاخص را مشخص می‌کند. بازده شاخص عبارت است از:

$$r_t = \log Y_t - \log Y_{t-1} \quad (25)$$

که Y_t بردار ارزش شاخص‌ها در زمان t است.

جدول (1) بیانگر توصیف آماری داده‌ها است. طبق اطلاعات این جدول، نتایج آزمون جارتک - برا، غیر نرمال بودن توزیع داده‌ها را به اثبات می‌رساند. مقادیر مربوط به چولگی و کشیدگی نیز اختلاف معنی داری با توزیع نرمال نشان می‌دهند. بنابراین در تخمین معادله‌های میانگین و واریانس از توزیع t-Student استفاده شد که رفتار دامنه بازده‌ها را بهتر از توزیع نرمال توصیف می‌کند.

جدول (1): توصیف آماری داده‌ها

توصیف	TEDPIX	DJIA	Nikkei
مینیم	-0.056075	-0.13852	-0.20141
میانگین	0.0061742	0.00030503	-0.00068407
ماکزیمم	0.10406	0.1195	0.17885
جارتک - برا	362.75 (0.0000)	431.22 (0.0000)	422.11 (0.0000)
ضریب لاگرانژ (F_{10})	5.1512 (0.0000)	4.5323 (0.0000)	4.1815 (0.0000)
باکس - پیرس (Q_{50})	326.578 (0.0000)	46.8784* (0.5994105)	48.4015* (0.5377132)
باکس - پیرس (Q_{20}^2)	93.3356 (0.0000)	130.312 (0.0000)	38.2445 (0.0082657)
دیکی فولر افزوده مقدار بحرانی در سطح (95%) = 1.94093	-7.30063	-12.5564	-11.8269

آزمون ضریب لاگرانژ بیانگر وجود اثرات ARCH در پسماندهای هر سه شاخص است. شاخص ایران دارای ویژگی حافظه بلند مدت و خود همبستگی است، در حالی که شاخص‌های امریکا و ژاپن بدون این ویژگی می‌باشند. نتایج حاصل از آزمون دیکی - فولر افزوده، حاکی از نامانایی سری زمانی

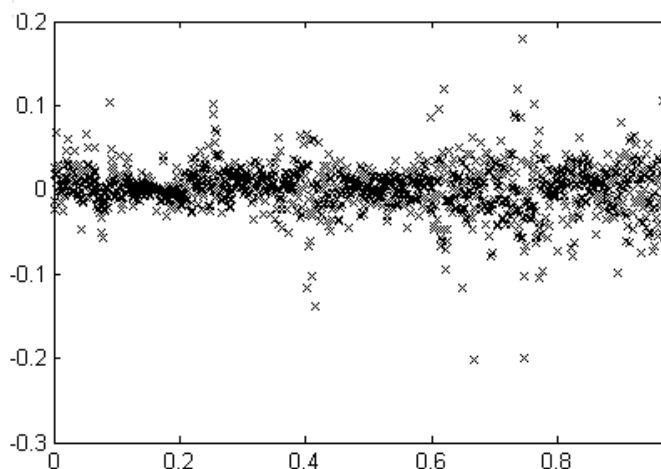
شاخص‌های امریکا و ژاپن در سطح اطمینان 95% است. در حالی که شاخص ایران دارای مانایی قوی است. در این پژوهش از بازده‌های لگاریتمی برای تخمین مدل استفاده شد و اولین تفاضل لگاریتمی شاخص‌ها بکار گرفته شد. آزمون ADF روی اولین تفاضل لگاریتمی شاخص‌ها، بیانگر مانایی سری زمانی لگاریتمی است.

فنون تجزیه و تحلیل اطلاعات

معادله واریانس با استفاده از روش حداکثرسازی راست نمایی تخمین زده شد. به منظور حداقل‌سازی تفاوت خوبی برازش مدل، با استفاده از معیارهای اطلاعاتی تا 4 وقفه، تعداد وقفه‌های بهینه مشخص شد. با توجه به معیارهای اطلاعاتی حاصل از تغییر وقفه‌های GARCH یعنی تأخیرات واریانس شرطی (q) و تأخیرات خود رگرسیونی (p)، وقفه (1و1) بهتر از دیگر وقفه‌ها مدل‌های ما را بهینه نمودند. مقادیر مربوط به ارزش‌های احتمالی ضرائب، بیانگر معنی‌داری تمامی ضرائب، به جز حافظه بلند مدت امریکا و ژاپن در سطح اطمینان 95% است. همچنین ضرائب مربوط به همبستگی ایران با ژاپن و امریکا معنی‌دار نیست؛ که می‌توان آن را به عدم وابستگی بازار ایران به بازارهای توسعه یافته نسبت داد. نتایج آزمون باکس پیرس بیانگر عدم وجود اثرات ARCH در پسماندها و مربع پسماندهای هر سه شاخص بعد از تخمین مدل است. آزمون هوسکینگ که حالت تعمیم یافته چند متغیره آزمون لیونگ - باکس است، نشان داد که پسماندها و مربع پسماندهای مدل‌های تخمینی بدون خود همبستگی هستند. آزمون چند متغیره لی و مکلود که به منظور بیان خطای تصریح میانگین شرطی مدل ARMA، بکار می‌رود حاکی از عدم وجود همبستگی پیاپی میان مربع اجزای اخلاص است. نتایج تمامی آزمون‌های فوق حاکی از تصریح مناسب مدل‌های GARCH چند متغیره است.

به منظور تخمین چگالی بازده‌ها به صورت ناپارامتریک، از کرنل گوسی استفاده شد. همان‌طور که در نمودار (1) ملاحظه می‌گردد، تمامی اطلاعات حتی اطلاعات پنهان در خطاهای استاندارد شده نیز با استفاده از تخمین زنده رگرسیون کرنل، بکار گرفته شد. در حالی که در مدل پارامتریک بخش عمده اطلاعات به دلیل این که در توزیع پارامتریک قرار نگرفته‌اند نادیده گرفته می‌شوند. به همین دلیل از تخمین زنده رگرسیون کرنل تنها جهت تخمین ماتریس پسماندها استفاده شد.

نمودار (1): چگالی اجزای اخلال با تخمین زننده رگرسیون کرنل



با ترکیب ماتریس پسماندهای به دست آمده از تخمین زننده رگرسیون کرنل با ماتریس کواریانس بدست آمده از مدل های GARCH پارامتریک، ماتریس کواریانس نیمه پارامتریک حاصل گردید. ماتریس های کواریانس پارامتریک و نیمه پارامتریک مذکور، جهت تخمین ارزش در معرض ریسک بکار گرفته شد. ارزش در معرض ریسک پارامتریک و نیمه پارامتریک مدل های مختلف با سه وزن بهینه که تحت تئوری پرتفوی مارکوویتز تعیین گردیدند، تخمین زده شد. صحت ارزش در معرض ریسک محاسبه شده، توسط آزمون پس نگر مبتنی بر تابع زیان مورد آزمون قرار گرفت. نتایج بیانگر درستی تخمین های ارزش در معرض ریسک است.

یافته های پژوهش

مطابق داده های جدول (2)، مقدار ارزش در معرض ریسک در وزن های مختلف متفاوت است. این مقدار در وزن اول کمتر و در وزن سوم بیشتر است. در واقع با ایجاد پرتفویی که درصد بیشتری از شاخص ژاپن و درصد کمتری از شاخص بازده نقدی و قیمت تهران را شامل شود، حداقل ریسک را به همراه دارد و پرتفویی که تنها متشکل از شاخص ژاپن باشد حداکثر ریسک را در بر خواهد داشت.

جدول (2): ارزش در معرض ریسک پرتفوی به همراه مقادیر تابع زیان در سطح اطمینان 95%

مدل		w1	w2	w3
TSE	parametric	0.059934943	0.071743094	0.089541217
		0.015114989	0.015125311	0.01514121
	semi-parametric	0.01090988	0.013122713	0.016393054
		0.276065058	0.278294763	0.291374268
Engle	parametric	0.059761313	0.071593045	0.089381039
		0.015115161	0.015125474	0.015141408
	semi-parametric	0.010447816	0.012585647	0.015727861
		0.273910305	0.284766621	0.297849979
CCC	parametric	0.059958106	0.071771094	0.089576217
		0.015114966	0.015125281	0.015141167
	semi-parametric	0.047153793	0.011278314	0.168865443
		0.036682352	0.310642127	0.004314671

همچنین این مقدار در مدل CCC بیشترین و در مدل DCC تز و تسو کمترین است. مقایسه معیارهای اطلاعاتی مدل‌های پارامتریک به شرح جدول ذیل است:

جدول (3): معیارهای اطلاعاتی مدل‌های پارامتریک

مدل	حد اکثر راست نمایی	شوارتز	حنان و کوئین	آکانیک
CCC	7.2520	0.1804*	0.09390*	0.03771*
DCC _E	7.2526	0.20692	0.10952	0.4632
DCC _T	7.2548	0.20691	0.10953	0.04631

معیارهای اطلاعاتی در جدول (3) حاکی از برتری مدل CCC نسبت به مدل‌های دیگر است. اما باید توجه داشت که این مدل ماتریس همبستگی را ثابت فرض می‌کند. در رابطه با برتری مدل‌های پارامتریک می‌توان گفت که مدل CCC تنها ماتریس واریانس را بهتر تخمین می‌زند اما در تخمین بهینه ماتریس همبستگی ناتوان است. بنابراین نمی‌توان آن را در مطالعات بلند مدت که ماتریس همبستگی متغیر است بکار برد. اما در دوره‌ای که ماتریس همبستگی تغییر نکند این مدل بهتر از مدل-های DCC عمل می‌کند. در مقایسه مدل‌های DCC_E و DCC_T، مدل تز و تسو عملکرد بهتری

دارد. طبق فرمول‌های همبستگی در معادلات 10 و 12، تز و تسو همبستگی شرطی را به طور کامل‌تری بکار می‌گیرند. در نتیجه در تفسیر مدل واریانس نیز بهتر عمل می‌کنند.

مقدار ارزش در معرض ریسک در مدل‌های پارامتریک، بسیار بیشتر از مقدار آن در حالت نیمه پارامتریک است. در توصیف آماری داده‌ها، غیرنرمال بودن هر سه شاخص نشان داده شد. در شرایطی که چندک بازده‌ها از توزیع نرمال تبعیت نمی‌کند، توزیع نرمال ممکن است ارزش در معرض ریسک را به غلط نشان دهد. در واقع توزیع نرمال ارزش در معرض ریسک را بیش از مقدار واقعی نشان می‌دهد. همانطور که ذکر شد ارزش در معرض ریسک نرمال اطلاعات خطاهای استاندارد را نادیده می‌گیرند. در تمامی موقعیت‌ها، روش پارامتریک مقدار ارزش در معرض ریسک را بیشتر تخمین می‌زند که به این معنی است که در حالت نرمال، درصد اول توزیع بازده‌های پرتفوی، بیش از حد تخمین زده شده است. هنگامی که ارزش در معرض ریسک، با روش نیمه پارامتریک محاسبه گردید، حالت تبعی مشخصی بر توزیع اجزای اخلاط تحمیل نکرد و تمامی اطلاعات موجود به کار گرفته شد.

نتیجه‌گیری و پیشنهاد

تجزیه و تحلیل ارزش در معرض ریسک پرتفوی از دارایی‌ها با اوزان قراردادی، نیازمند اطلاعاتی در مورد توزیع الحاقی (شرطی) بازده هاست. در این پژوهش فواید مدل‌های GARCH چند متغیره نیمه پارامتریک برای بازده دارایی‌ها به منظور ارزیابی ارزش در معرض ریسک پرتفوی بیان شد. با توجه به بکارگیری چند مدل جهت تخمین ریسک، اهمیت همبستگی شرطی اعضای پرتفوی نیز مورد بررسی قرار گرفت. نتایج حاکی از نقش مؤثر همبستگی شرطی اعضای پرتفوی است. مدل‌هایی که همبستگی را ثابت فرض می‌کنند تنها در تخمین ماتریس واریانس عملکرد بهتری دارند. در حالی که در تخمین ماتریس کواریانس ناتوانند. این در حالی است که همبستگی شرطی اعضای پرتفوی را نمی‌توان در بلند مدت نادیده گرفت. هنگامی که همبستگی شرطی ثابت فرض شود، ریسک پرتفوی بیشتر از مقدار واقعی تخمین زده خواهد شد.

مقایسه ارزش در معرض ریسک روش‌های پارامتریک و نیمه پارامتریک، برتری روش‌های نیمه پارامتریک را نشان می‌دهد. در حالی که مدل‌های GARCH چند متغیره پارامتریک مفروضاتی در مورد توزیع الحاقی اجزای اخلاط ایجاد می‌کنند. روش نیمه پارامتریک این امکان را فراهم می‌کند تا توزیع الحاقی بدون مفروضات محدود کننده تخمین زده شود. بر اساس نتایج بدست آمده، عملکرد مدل‌های GARCH چند متغیره نیمه پارامتریک در تمامی مدل‌ها بهتر بود. حساسیت ارزش در معرض

ریسک با مدل‌هایی که مفروضات خاصی روی توزیع داشتند، بزرگتر بود. در واقع مدل نیمه پارامتریک می‌تواند پویایی نوسان بازده‌ها را با در نظر گرفتن توزیع مناسب اجزای اخلاص بهتر از مدل پارامتریک برازش کند. بنابراین روش‌های نیمه پارامتریک به خوبی عمل می‌کنند و قادرند تا چندک-های صحیح‌تری از توزیع بازده‌ها را تعیین کنند.

در انتها پیشنهاد می‌گردد که در مدل GARCH چند متغیره از توزیع‌های دیگر مثل استیودنت چوله و GED استفاده شود که دامنه‌های توزیع و نامتقارنی را بهتر توصیف می‌کنند. همچنین جهت بررسی اثر همبستگی اعضای پرتفوی، از پرتفویی استفاده گردد که اعضای آن همبستگی بیشتری با هم داشته باشند. دیگر این که به جای استفاده از تابع کرنل، از دیگر توزیع‌های ناپارامتریک مثل کاپولا که توزیع حاشیه‌ای را بهتر توصیف می‌کند استفاده گردد. در صورتی که ابعاد پرتفوی بالاتر رود، استفاده از این روش بهتر است.

منابع و مأخذ:

1. ثابت قدم، شیرین . خلیلی عراقی، منصور. محمدی، شاپور. (1387). "مقایسه روش های برآورد (پارامتریک و ناپارامتریک) ارزش در معرض ریسک در بورس اوراق بهادار تهران"، تحقیقات مالی، دانشگاه تهران.
2. Audrino, Francesco; and Barone-Adesi, Giovanni. (2003). "Semiparametric Multivariate GARCH Models for Volatility Asymmetries and Dynamic Correlations", Financial Valuation and Risk Management, Working Paper No. 137.
3. Bollerslev, Tim; Engle, Robert F; Wooldridge, Jeffrey M. (1988). "A Capital Asset Pricing Model with Time-Varying Covariances", The Journal of Political Economy, Vol. 96, No. 1. pp. 116-131.
4. Campbell, J. Y., Lo, A. W., and MacKinlay, A. C. (1997). "The Econometrics of Financial Markets", Princeton, New Jersey: Princeton University Press.
5. Cheng, Wan-Hsiu; and Hung, Jui-Cheng. (2011). "Skewness and leptokurtosis in GARCH-typed VaR estimation of petroleum and metal asset returns", Journal of Empirical Finance, 18, 160–173.
6. Enders, Walter. (1996). Applied Econometrics Time Series, John Wiley & sons, inc.
7. Engle, Robert F; and Sheppard, Kevin. (2001). "Theoretical and Empirical Properties of Dynamic Conditional Correlation Multivariate GARCH", National Bureau of Economic Research.
8. Engle, Robert. (2001). "GARCH 101: The use of ARCH/GARCH models in applied econometrics", Journal of economic perspectives, Volume 15, Number 4- pp 157-168.
9. Engle, Robert. (2002). "Dynamic Conditional Correlation –A Simple Class of Multivariate GARCH Models", Forthcoming Journal of Business and Economic Statistics.
10. Engle, Robert F; Focardi, Sergio M.; Fabozzi, Frank J.. (2007). ARCH/GARCH Models in Applied Financial Econometrics, JWPR026-Fabozzi c114-NP.
11. Hsu Ku, Yuan-Hung; and Wang, Jen. (2008). "Estimating portfolio value at risk via dynamic conditional correlation MGARCH model- an empirical study on foreign exchange rate", Applied Financial Economics Letters, 2008, 15, 533-538.
12. Jorion, Philippe. (2000). Value at Risk: The new benchmark for managing financial risk, McGraw-Hill.
13. Laurent, Sébastien; Rombouts, Jeroen V.K.; Violante, Francesco. (2010). "On the Forecasting Accuracy of Multivariate GARCH Models", Cahier de recherche /Working Paper 10-21; CIRPEE
14. Ledoit, Olivier; Santa-Clara, Pedro; and Michael, Wolf. (2003). "Flexible Multivariate GARCH Modeling with an Application to International stock

- Markets: The Review of Economics and Statistics", By the President and Fellows of Harvard College and the Massachusetts Institute of Technology. 85(3): 735–747.
15. Lee, Ming-Chih; Chiou, Jer-Shiou; Lin, Cho-Min. (2006). "A study of value at risk on portfolio in stock return using DCC Multivariate GARCH". *Applied Financial Economics Letters*, 2:3, 183-188.
 16. Lima, Luiz Renato; and N'eri, Breno Pinheiro. (2007). "Comparing Value-at-Risk Methodologies". *Brazilian Review of Econometrics*, v. 27, no 1, pp. 1–25.
 17. Long, Xiangdong. (2004). "Semiparametric Multivariate GARCH Model", University of California, Riverside, CA 92521-0427, U.S.A.
 18. Panchenko, Valentyn. (2006). "Estimating and Evaluating the Predictive Abilities of Semiparametric Multivariate Models with Application to Risk Management", CeNDEF, University of Amsterdam.
 19. Panning, William H. (1999). *The strategic uses of Value at Risk: long-term capital management for property/casualty insurers*, McGraw-Hill.
 20. Rombouts, Jeroen V.K.; and Verbeek, Marno. (2009). "Evaluating Portfolio Value-at-Risk using Semi-Parametric GARCH Models", *Quantitative Finance*, 9: 6, 737 — 745.
 21. Silvennoinen, Annastiina; and Terasvirta, Timo. (2008). "Multivariate GARCH models". SSE/EFE Working paper series in economics and finance No. 669.
 22. Tse, Y.K. (2000). "A test for constant correlations in a multivariate GARCH model", *Journal of Econometrics*, 98 (2000) 107-127.
 23. Tse, Y.K.; and Tsui, Albert K.C.. (1998). "A Multivariate GARCH Model with Time-Varying Correlations",