

Investigating Cash Flow Behavior Using Stochastic Processes¹

Elham Danesh², Ali Saeedi³, Ehsan Rahmaninia⁴, Amir Gholami⁵

Received: 2021/04/24

Accepted: 2021/09/11

Research Paper

Abstract

In the conceptual framework of financial accounting, which serves the purposes of financial reporting, special attention has been paid to cash flow. The purpose of this study is a new understanding of cash flow behavior and the creation of a new experimental model. This research is applied in terms of purpose and quantitative in terms of implementation. The statistical population of the present study is the annual cash balance of 48 specific bank branches (due to the confidentiality of information, it is not mentioned). Two hypotheses have been considered in this research: 1) Cash balances has a stochastic property; 2) The Geometric Brownie model is better than the Arithmetic Brownie, Vasicek, and Modified Square Root models. The results of the test have been confirmed to be random. Also, by comparing the four models using MSE, RMSE and MAE tests, the best estimation model has been selected and the comparison results of the models have confirmed the Geometric Brownie inclination model as a more efficient model.

Key Words: Cash Flow, Cash Balance, Stochastic Process, Stochastic Differential Equations.

JEL Classification: G17

1. DOI: 10.22034/JSE.2021.11536.1668

2. Ph.D. Candidate in Accounting, North Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran.

3. Associate Prof, Department of Financial Management, North Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran, (Corresponding Author). Email: a_saeedi@iau-tnb.ac.ir

4. Assistant Prof, Department of Accounting, North Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran.

5. Assistant Prof, Department of Economics, College of Management and Social Science, North Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran



سازمان بورس و اوراق بهادار، مرکز پژوهش، توسعه و مطالعات اسلامی
فصلنامه بورس اوراق بهادار، سال چهاردهم، شماره ۵۵، پاییز ۱۴۰۰، صص ۲۶۰-۲۴۱

بررسی رفتار جریان نقد با استفاده از فرایندهای تصادفی^۱

الهام دانش^۲، علی سعیدی^۳، حسان رحمانی نیا^۴، امیر غلامی^۵

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۲/۰۴

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۶/۲۰

مقاله پژوهشی

چکیده

در چارچوب نظری حسابداری مالی که تأمین کننده هدف‌های گزارشگری مالی است توجه خاصی به جریان نقد مبذول شده است. هدف این پژوهش درک جدیدی از رفتار جریان نقد و ایجاد یک مدل تجربی نوین است. این پژوهش از لحاظ هدف کاربردی و به لحاظ اجرا کمی است. جامعه آماری پژوهش حاضر مانده نقد روزانه یکساله ۴۸ شعبه بانک معین است (به دلیل محرمانه بودن اطلاعات از ذکر آن خودداری می‌شود). دو فرضیه در این پژوهش در نظر گرفته شده است: ۱) مانده نقد دارای خاصیت تصادفی است؛ ۲) مدل براونی هندسی نسبت به مدل‌های براونی حسابی، واسیسک و مدل ریشه مربعات اصلاح شده کاراتر است. نتایج آزمون تصادفی بودن را تایید نموده است. همچنین از مقایسه آن چهار مدل با استفاده از آزمون‌های MSE، RMSE و MAE برای انتخاب بهترین مدل، استفاده شده است و نتایج مقایسه مدل‌ها، مدل بروانی هندسی را به عنوان مدل کاراتر تایید نموده است.

واژه های کلیدی: جریان نقد، مانده نقد، فرایند تصادفی، معادلات دیفرانسیل تصادفی.

طبقه بندی موضوعی: G17

DOI: 10.22034/JSE.2021.11536.1668

۲. دانشجوی دوره دکتری حسابداری، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران شمال، تهران، ایران.

۳. دانشیار گروه مدیریت مالی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران شمال، تهران، ایران (نویسنده مسئول)، a_saedi@iau-tnb.ac.ir

۴. استادیار گروه حسابداری، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران شمال، تهران، ایران.

۵. استادیار گروه اقتصاد، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران شمال، تهران، ایران.

مقدمه

بازار سرمایه نقشی مهم و اساسی در رشد و پیشرفت اقتصادی هر کشور دارد، لذا بررسی دقیق این بازار از جنبه‌های مختلف ضروری به نظر می‌رسد. از عوامل مهم و مورد توجه، بقا و ادامه حیات شرکت‌های فعال در بازار سرمایه کشور است. تنها شرکت‌هایی می‌توانند به بقای خود ادامه دهند که بتوانند نیازهای نقدی روزانه خود را برای ادامه فعالیت‌های عملیاتی تأمین نمایند. از آنجا که وضعیت نقدینگی مبنای قضاوت بسیاری از اشخاص درباره موقعیت واحد اقتصادی است، این مطلب مورد توجه گروه‌های ذینفع از جمله اعتباردهندگان و سرمایه‌گذاران قرار گرفته است. از این رو شناخت رفتار جریان نقد برای اندازه‌گیری کمبود و سپس برنامه‌ریزی برای تأمین مالی، از اهمیت خاصی برخوردار است. یکی از مهمترین موضوعات مورد توجه پژوهشگران، اقتصاددانان و تحلیلگران مالی تبیین چگونگی رفتار و روند جریان نقد می‌باشد که راه‌های مختلف و دیدگاه‌های متفاوتی را پدید آورده است. بررسی جریان نقد با استفاده از مدل‌های ریاضی جدید؛ مدل‌های رگرسیون، مدل‌های سری زمانی، گام تصادفی و مدل‌های پیشرفته‌تر آغاز شد. آزمون‌های مختلفی با استفاده از اطلاعات جریان نقد صورت گرفت یک مدل جریان نقد در واقع نمایش انتزاعی (معمولاً ریاضی) جریان نقد در دنیای واقعی با هدف توضیح دادن، پیش‌بینی، مدیریت و کنترل جریان نقد است. در پنجاه سال گذشته، مدل‌های جریان نقدی پیچیده‌تر شده‌اند. مدل‌های قطعی و گسسته اولیه، با برآورد نقطه‌ای ذهنی از جریان‌های نقد، خیلی زود با مدل‌های احتمالی جریان نقد جایگزین شدند. با گذشت زمان، مدل‌های احتمالی به مدل‌های تصادفی بسیار غنی‌تری تبدیل شدند، به ویژه مدل‌های تصادفی پیوسته، که قادر به توصیف طیف گسترده‌ای از خصوصیات و خواص تصادفی است. واقعیت موجود اینکه، بر خلاف پژوهش‌های روز افزون ریاضیات در علوم مالی، از این منظر در کشور ما تاکنون توجه چندانی در زمینه جریان نقد نشده است و پژوهش‌های صورت گرفته در این زمینه با چند مدل ساده و معمولی به کار خود پایان داده‌اند و از ورود به عمق مدل‌های با پیچیدگی بیشتر سرباز زده شده است. در پژوهش حاضر سعی شده است با استفاده از فرایند تصادفی و معادلات دیفرانسیل تصادفی به این مقوله پرداخته شود تا گامی جهت برطرف شدن نقیضه فوق گردد. اما همچنان مدلی جامع برای جریان نقد ارائه نگردیده است. با پیشرفت تکنولوژی و ریاضیات تصادفی انتظار می‌رود دروازه نوینی بر روی پژوهش‌های جریان نقد گشوده گردد. نقطه کانونی پژوهش حاضر تمرکز بر این سوال اصلی است که آیا جریان‌های نقد دارای رفتار

تصادفی اند؟ اگر جریان های نقد، زمان پیوسته در نظر گرفته شوند، این سوال مطرح می شود که آیا می توان یک مدل مناسب به عنوان مدل تصادفی بهینه برای استفاده معرفی نمود؟

مبانی نظری

اصطلاح "جریان های نقد تصادفی پیوسته" دارای یک تناقض ذاتی است: در واقع؛ جریان نقد، صرف نظر از فاصله زمانی که اندازه گیری می شود، متغیر تصادفی گسسته در مقدار و زمان است. بنابراین، این سوال ایجاد می شود که چرا با اینکه جریان نقد متغیری گسسته در زمان است، از مدل های پیوسته برای مدل سازی آن استفاده می شود؟

گاندولفو (Gandolfo, 2012) استدلال هایی برای اهمیت مطالعه مدل های جریان نقد زمان

پیوسته به صورت زیر ارائه نموده است:

۱. "تغییرات زمان گسسته در جریان نقد و مانده نقد، نتایج مقطعی تعامل تعداد زیادی از متغیرهای تصادفی اساسی و تصمیمات مدیران شرکت است که در زمان های مختلف اتفاق می افتد. به بیان دیگر تصمیمات مدیران به صورت پیوسته اتفاق می افتد و گسسته در نظر گرفتن آن بخشی از وقایع را از دست می دهد. به منظور کنترل و برنامه ریزی مالی در طی یک روز، هزاران تغییر کوچک تصادفی و پیوسته رخ می دهد. یک مدل کلی واقع گرایانه که به طور دقیق، فرایندهای تصمیم گیری اقتصادی را در نظر بگیرد، باید در زمان پیوسته مدل سازی شود. در بازارهای مالی، جریان اطلاعات پیوسته، اغلب توجهی مناسب و بهتر برای استفاده از مدل های زمان پیوسته ارائه می دهد.
۲. نتیجه تجزیه و تحلیل جریان های نقد زمان گسسته می تواند وابسته به فاصله زمانی انتخاب شده بین دو متغیر باشد. به عبارت دیگر، اگر مدل به خوبی تعریف نشده باشد و سازگار نباشد، خواص متغیرهای تصادفی می تواند متفاوت به فواصل زمانی در نظر گرفته شده باشد در حالی که مدل های زمان پیوسته این نقص را ندارند.
۳. به طور تحلیلی، در سیستم های معادلات دیفرانسیل زمان پیوسته معمولاً به راحتی از سیستم های مختلف متفاوتی در زمان گسسته استفاده می شود. پس از برآورد پارامترها، معادلات دیفرانسیل پیش بینی و شبیه سازی مسیرهای نمونه بدون در نظر گرفتن فاصله زمانی انتخاب شده را ممکن می سازد. بر عکس، مدل های گسسته نمی توانند اطلاعات بیشتری را در مورد داده های موجود در واحد زمانی ارائه دهند."

در ادامه فرایند تصادفی بطور کلی و انواع آن به اختصار توضیح داده شده است؛ فرایند تصادفی مجموعه‌ای از متغیرهای تصادفی است که در طول زمان، وضعیت یک رویداد تصادفی را نمایش می‌دهد. در فرایند تصادفی، ارزش متغیر تصادفی در طول زمان در حال تغییر است و این تغییر به صورت تصادفی و نامطمئن روی می‌دهد. فرایندهای تصادفی دارای دو نوع "زمان پیوسته" یا "زمان ناپیوسته" هستند. در فرایند پیوسته تصادفی، تغییرات در هر لحظه از زمان قابل تعریف است، ولی در فرایند ناپیوسته تصادفی، تغییرات در هر مقطع از زمان قابل تعریف است. معروف‌ترین فرایند تصادفی پیوسته، حرکت براونی است. در سال ۱۸۲۷، برای اولین بار، روبرت براون (Robert Brown, 1827) گیاه شناس اسکاتلندی حرکت براونی را معرفی کرد. حرکت براونی W_t دارای ویژگی‌های زیر است:

۱. B_t دارای مقادیر تفاضلی مانا و مستقل از یکدیگر است؛

۲. فرایند B_t پیوسته است؛

۳. مقدار تفاضلی $B_t - B_s$ دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس $|t - s|$

است که به صورت نمادین زیر نوشته می‌شود:

$$B_t - B_s \sim N(0, |t - s|)$$

فرایند وینر نیز، یک فرایند تصادفی پیوسته است که به نام ریاضیدان و نابغه آمریکایی نوربرت وینر (Norbert Wiener, 1964) نامگذاری شده است. این فرایند به اسم حرکت براونی استاندارد نیز شناخته می‌شود. حرکت براونی استاندارد (ΔZ) حالت خاصی از حرکت براونی است که در آن $\Delta Z = \frac{W_t}{\sigma}$ حرکت براونی استاندارد، واریانس عدد یک است. حرکت براونی استاندارد و فرایند وینر به یک معنا استفاده می‌شوند که بصورت زیر نشان داده می‌شود:

$$X_{t+1} = X_t + dz$$

$$dz = \varepsilon \sqrt{dt} \quad \text{and} \quad \varepsilon \sim N(0, 1)$$

حرکت براونی حسابی^۱ (AMB): اگر به حرکت وینر رشد طولانی مدت اضافه گردد

حرکت براونی حسابی بدست می‌آید نمایش ریاضی آن بصورت زیر است:

$$S_{t+1} = S_t + \mu dt + \sigma dz$$

$$ds = \mu dt + \sigma dz$$

تکامل حرکت براونی حسابی ترکیبی از دو بخش است:

الف: یک رشد خطی با نرخ μ ؛ ب: یک رشد تصادفی با توزیع نرمال و انحراف استاندارد σ . تمرکز آن بر تغییر در مقدار متغیر است و همچنین به عنوان یک مدل افزودنی شناخته می شود زیرا متغیر هر دوره با یک مقدار ثابت رشد می کند.

حرکت براونی هندسی^۱ (GMB): حرکت براونی نمایی نیز گفته می شود، فرایند تصادفی زمان پیوسته است که در آن لگاریتم مقادیر مختلف تصادفی، از یک حرکت براونی یا فرایند وینر پیروی می کند. مدل حرکت براونی هندسی نیز از لحاظ فنی یک فرایند مارکف محسوب می شود و همان فرایندی است که بلک، شولز و مرتون در مدل سازی قیمت اوراق مشتقه به کار گرفته اند. اگر S_t از فرایند براونی هندسی تبعیت کند معادله دیفرانسیل تصادفی این مدل به فرم زیر است:

$$\frac{ds_t}{s_t} = \mu(s, t)dt + \sigma(s, t)dw_t$$

S_t : دارایی پایه در زمان t ؛ μ : درصد رانش و σ : درصد نوسانات که هر دو ثابت هستند؛ W_t : فرایند وینر.

مدل واسیسک^۲: یکی از شناخته شده ترین فرایندهای تصادفی بازگشت به میانگین، فرایند واسیسک می باشد که اولین بار از آن برای مدل سازی رفتار تصادفی نرخ های بهره کوتاه مدت استفاده گردید. یک نوع از مدل نرخ کوتاه مدت تک عاملی است که تغییرات نرخ بهره را با توجه به یک نوع از ریسک بازار توصیف می کند. این مدل می تواند در ارزیابی نرخ بهره اوراق مشتقه استفاده شود. معادله دیفرانسیل تصادفی این مدل به شکل زیر است:

$$dX_t = \alpha(\theta - X_t)dt + \sigma dw_t$$

W_t : فرایند وینر؛ σ : ریسک استاندارد؛ α : سرعت بازگشت به میانگین؛ θ : میانگین بلند مدت سری زمانی.

مدل کاکس-انگرسول-راس^۳ CIR: یک نوع مدل "تک عاملی" (مدل نرخ بهره کوتاه مدت) است که تغییرات نرخ بهره را با توجه به یک نوع ریسک بازار توصیف می کند. معادله دیفرانسیل مدل به شکل زیر است:

$$dc_t = a(b - c_t)dt + \sigma\sqrt{c_t} dw_t$$

1. Geometric Brownian Motion
2. hull-white/vasicek
3. Cox-Ingersoll-Ross model

w_t : فرایند وینر، a ، b و σ پارامترهای آن هستند. پارامتر a مربوط به رابطه تنظیم سرعت، b میانگین و σ شدت نوسان پذیری است، $a(b - c_t)$ عامل انحراف می باشد که تضمین می کند بازگشت به میانگین نرخ بهره به سمت b با سرعت تعدیل شده مثبت a . مدل های جریان نقدی بر اساس روند ریشه مربع اصلاح شده (MSR)^۱: کلومپس و تپت^۲ (Klumpes & Tippett, 2004) از ریشه مربع اصلاح شده برای ارزش سرمایه گذاری استفاده نمودند. آنها معیارهای بهینه سرمایه گذاری را برای یک پروژه سرمایه ای تعیین نمودند به گونه ای که جریان وجه نقد آن از نظر فرایند "ریشه مربع اصلاح شده" تکامل یابد. روند ریشه مربع اصلاح شده دارای خصوصیتی مشابه روند ریشه مربع کاکس، اینگرسول و راس (۱۹۸۵) است اما علاوه بر این، امکان جریان منفی نقدینگی را نیز در بر می گیرد.

$$dc_t = (\mu c_t)dt + \sqrt{(k_1^2 + k_2^2 c_t^2)}dw_t$$

w_t : فرایند وینر، k_1^2 ، k_2^2 و μ پارامترهای آن هستند $k_1 = \sigma$ شدت نوسان پذیری، $k_2^2 = 2\mu$ ، μ میانگین است.

معادله دیفرانسیل تصادفی (SDE)^۳ معادله ای است که در آن یک یا چند متغیر یک فرایند تصادفی هستند. در نهایت جواب این نوع معادلات خود نیز یک فرایند تصادفی است. کاربرد SDE ها در مدل سازی های پیچیده احتمال مند، بسیار گسترده است، از جمله در مدل سازی هزینه نوسانات بازار یا مدل سازی فیزیکی نوسانات دمایی اشیا. معمولاً در این گونه مدل سازی ها از نویز سفید به عنوان پارامتر کاملاً تصادفی استفاده می شود که خود نوعی از فرایند تصادفی وینر است. هر چند در مدل سازی تصادفی، پارامترها در یک معادله دیفرانسیل تصادفی، استفاده از سایر فرایندهای تصادفی نیز امکان پذیر است. معادله عمومی تصادفی:

$$ds_t = \alpha(s_t, t)dt + \sigma(s_t, t)dw_t \quad t \in [0, \infty)$$

به عنوان یک روش نمادین به صورت زیر توجیه می شود:

$$\int_t^{t+h} ds_u = \int_t^{t+h} \alpha(s_u, u)du + \int_t^{t+h} \sigma(s_u, u)dw_u$$

که h یک بازه زمانی بسیار کوچک است. معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی^۴ که به اختصار PDE خوانده می شوند، به دسته ای از معادلات دیفرانسیل گفته می شود که در آنها توابع

1. Modified Square Root Process
2. Klumpes & Tippett
3. Stochastic Differential Equation
4. Partial Deifrential Equation

مجهول بر حسب چند متغیر مستقل به همراه مشتق پاره‌ای توابع نسبت به آن متغیرها شرکت داشته باشند. به این دسته از معادلات دیفرانسیل، معادلات دیفرانسیل پاره‌ای، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی یا معادلات دیفرانسیل جزئی گفته می‌شود.

پیشینه پژوهش

سابوتا و واتارون (Wattaatorn and Sombultawee, 2021) در پژوهشی تاثیر نوسانات تصادفی بر قیمتگذاری آپشن در بازار تایلند را بررسی نمودند. بررسی آنها با استفاده از دو مدل هستون^۱ و بلک شولز^۲ صورت گرفته است. برای جهت ارزیابی مدل‌های مذکور از دو معیار ریشه مربع میانگین خطا^۳ (RMSE) و میانگین قدر مطلق درصد خطا^۴ (MAPE) استفاده شده است. نتیجه بدست آمده نشان داد مدل هستون نوسانات تصادفی را بهتر را پوشش می‌دهد و از عملکرد بهتری برخوردار است.

حندان و همکاران (Handan, et al., 2020) در پژوهشی با استفاده از مدل براونی هندسی قیمت طلا در بازار مالزی را بررسی نمودند. قیمت‌های شبیه سازی شده برای یک دوره حداکثر یک ماهه با استفاده از معیار MAPE بررسی شده است. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که مدل مذکور برای پیش‌بینی قیمت طلا برای مدت زمان کوتاه یکماهه قابل استفاده است و از دقت بالایی برخوردار می‌باشد.

کرسارو و همکاران (Corsaro, et al., 2019) در پژوهشی با استفاده از چارچوب نوسانات تصادفی و ترکیب سه مدل هستون، لوی و کاکس-انگرسون الگوریتمی جهت قیمتگذاری اختیار معامله آسیایی ارائه نمودند که با استفاده از الگوریتم و برنامه سازی به عنوان یک استراتژی موازی در این نوع معاملات مورد استفاده قرار می‌گیرد و می‌تواند در دقت و مدیریت زمان مفید واقع شود.

سالاس ملینا و همکاران (Salas-Molina, et al., 2018) در پژوهشی با عنوان "تجزیه و تحلیل تجربی جریان نقد روزانه و پیامدهای پیش‌بینی آن" با استفاده از داده‌های واقعی جریان نقد روزانه ۵۴

1. Heston

2. Black-Scholes

3. Root-Mean-Square Error (RMSE)

4. Mean Absolute Percentage Error

شرکت اسپانیایی مدل‌های خطی و غیرخطی سری‌های زمانی را بررسی نمودند، نتیجه پژوهش آنها کارایی مدل‌های غیرخطی در دنیای واقعی برای پیش‌بینی جریان نقد را نشان می‌دهد.

ون دبرگ (Van der Burg, 2018) در رساله خود به بررسی فرایند تصادفی جریان نقد زمان پیوسته پرداخته است. شواهد تئوری و تجربی نشان می‌دهد که تحت برخی از قوانین، جریان نقد عملیاتی می‌تواند به خوبی توسط یک معادله دیفرانسیل تقریبی بیان شود، در حالی که فرآیند سرمایه‌گذاری - ترجیحا - ابتدا باید توسط یک متغیر اندازه کنترل واریانس بیان شود. با توجه به ملاحظات نظری و شواهد تجربی، این مطالعه معتبر بودن قابلیت یک معادله دیفرانسیل تصادفی با یک تابع رانش خطی و یک تابع انتشار درجه دوم به منظور ایجاد مدل جریان نقد زمان پیوسته را نشان می‌دهد.

پریمبس و راس بارمیش (Primbs and Barmish, 2018) مدل اصلی حرکت براونی هندسی با پارامترهای ثابت را توسعه داده‌اند. بنا براین فرایند رانش μ و تلاطم σ را وابسته به زمان و متغیر در نظر گرفته‌اند. در این زمینه، استراتژی SLS منجر به تضمین سود مورد انتظار معاملات مثبت در هر لحظه از زمان می‌شود. در این پژوهش، این نتایج به حرکت براونی هندسی با پویایی‌های قیمت تعمیم یافته است که به این دو پارامتر اجازه داده می‌شود تا بطور مداوم و پیوسته با زمان تغییر نمایند و محدودیتی در میزان تغییر آنها وجود ندارد.

ساهالیا و جاکود (Sahalia & Jacod, 2010) در پژوهشی تحت عنوان "آیا استفاده از فرایند براونی در الگوسازی داده‌هایی با تناوب بالا ضروری است؟" آزمون وجود عنصر براونی در داده‌هایی با تناوب بالا را انجام دادند. فرایند تصادفی دارایی پایه یا قیمت سهام از چهار عنصر تشکیل شده است که عبارتند از عامل انتقال، بخش پیوسته یا فرایند براونی، عامل پرش که خود شامل جز پرش کوچک و پرش بزرگ است. دراین پژوهش دو آزمون به منظور تعیین وجود فرایند براونی در داده‌های با تناوب بالا مانند داده‌های دارایی‌های مالی معرفی شد. نتایج تجربی نشان داد که آزمون‌های معرفی شده به خوبی قادر به تعیین عنصر براونی در داده‌های با تناوب بالا است.

تقفی و همکاران (۱۳۹۴) در پژوهشی با عنوان "کاربرد شبکه عصبی مصنوعی در پیش‌بینی جریان وجوه نقد آتی" از شبکه عصبی پرسپترون چند لایه و تعیین مدل برتر با استفاده از متغیرهای مدل رگرسیون تعهدی برای پیش‌بینی جریان نقد استفاده کردند. نتایج حاصل از برازش‌های مدل‌های مختلف شبکه عصبی، حکایت از آن داشت که دو ساختار با ۸ و ۱۱ نود مخفی، بهترین مدل برای پیش‌بینی جریان وجه نقد است.

مولایی و همکاران (۱۳۹۵) با استفاده از رویکرد معادلات دیفرانسیل تصادفی، مدل‌های براونی هندسی و مدل براونی هندسی همراه با گارچ غیرخطی، رفتار قیمت سهام را الگوسازی نمودند همچنین به منظور برآورد ضرایب معادلات دیفرانسیل تصادفی با نوسانات ثابت و معادلات دیفرانسیل تصادفی با نوسانات تصادفی از رویکرد حداکثر درستنمایی استفاده شده است و به منظور الگوسازی رفتار قیمت سهام با توجه به تأثیرات نامتقارن اخبار خوب و بد، از الگوی گارچ غیرخطی جهت توضیح رفتار نوسانات قیمت در طی زمان استفاده شده است. با توجه به نتایج، اخبار خوب دارای تأثیر بیشتر بر رفتار شاخص کل هستند به عبارت دیگر شاخص کل به شوک‌های مثبت بیشتر واکنش نشان می‌دهد. همچنین با توجه به معیار لگاریتم درستنمایی، فرآیند براونی هندسی با نوسانات تصادفی دارای قدرت توضیح‌دهندگی بیشتر نسبت به فرایند براونی با نوسانات ثابت است.

شیوایی و همکاران (۱۳۹۷) در پژوهشی الگوسازی رفتار نرخ ارز در ایران با استفاده از معادلات دیفرانسیل تصادفی پرداختند. به منظور مدلسازی رفتار این بازار از سه معادله دیفرانسیل تصادفی استفاده شده است که عبارتند از: مدل بلک شولز، مدل مرتون و حرکت براونی هندسی همراه با گارچ غیرخطی. نتایج حاصل نشان می‌دهد مدل گارچ غیرخطی مبتنی بر مدل مرتون، حاکی از رفتار نامتقارن بازیگران این بازار است. همچنین مدل مرتون از قدرت توضیح‌دهندگی بیشتری نسبت به مدل گارچ غیرخطی و مدل بلک شولز برخوردار است.

احمدی و همکاران (۱۳۹۷) به مدل‌سازی پیش‌بینی وجه نقد آتی پرداختند و مدلی برای پیش‌بینی وجه نقد ارائه نمودند. آنها با استفاده از پژوهش اکتشافی و نظرسنجی از خبرگان، متغیرهای اثرگذار بر پیش‌بینی وجه نقد را مشخص نمودند. نتایج نشان می‌دهد، منظور نمودن متغیرهای اثرگذار بر پیش‌بینی می‌تواند منجر به افزایش دقت و کاهش خطای پیش‌بینی وجه نقد گردد.

صادقی و همکاران (۱۳۹۸) به بررسی کاربرد حرکت براونی هندسی در پیش‌بینی قیمت طلا و نرخ ارز در بازار آزاد ایران پرداختند. نتایج پژوهش که مدل حرکت براونی هندسی مطابق با معیار میانگین قدر مطلق درصد خطا (MAPE) می‌تواند قیمت‌ها را با صحت بالا شبیه‌سازی نماید. از دیگر نتایج به دست آمده از مشخص می‌شود که با افزایش افق زمانی پیش‌بینی توانایی مدل GBM در انجام شبیه‌سازی کاهش می‌یابد.

دلو و ورزیده (۱۳۹۹) در پژوهشی استفاده از مدل حرکت براونی هندسی و معیار ارزیابی MAPE به پیش‌بینی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران پرداختند. نتایج پژوهش نشان داد که مدل حرکت

براونی هندسی قادر است تا شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران را در افق زمانی ۱ روزه با صحت بالا پیش بینی کند همچنین با افزایش افق زمانی پیش‌بینی، صحت مقادیر پیش‌بینی شده توسط مدل کاسته شده و توانایی مدل در شبیه‌سازی شاخص کاهش می‌یابد، با این حال تا افق پیش‌بینی 31 روزه کماکان مقادیر پیش‌بینی شده از صحت بالایی برخوردار است.

مالکی‌نیا و همکاران (۱۳۹۹) در پژوهشی با عنوان "کاربرد مدل حرکت براونی هندسی تعمیم یافته توسط فرآیند رژیم سوئیچینگ مارکف در شبیه‌سازی قیمت سهام: رویکرد پویایی شناسی سیستمی" تغییرات قیمت سهام شرکت ایران در دوره زمانی ۱۳۸۷ الی ۱۳۹۶ با هدف مدل‌سازی، براساس مدل حرکت براونی هندسی تعمیم یافته با فرایند رژیم سوئیچینگ مارکف که شکل تعمیم یافته مدل حرکت براونی هندسی می‌باشد، بر روی مقوله پیش‌بینی را بررسی نمودند. مدل پژوهش با استفاده از رویکرد پویایی شناسی سیستمی ابتدا در قالب نمودار علی-معلولی و پس از مشخص نمودن متغیرهای حالت و جریان، در قالب نمودار حالت و جریان تک حلقه‌ای و دو حلقه‌ای طراحی و شبیه‌سازی برای قیمت پایانی روزانه سهام انجام گرفته است. دو پارامتر ریشه اختلال و گام زمانی به عنوان پارامترهای تحلیل حساسیت شناسایی و به کار گرفته شده است. نتایج نشان می‌دهد با بهینه سازی پارامترهای کالیبرا سیون میزان ریشه‌های خطا به حالت ایده‌آل رسیده یعنی خطای نابرابری کوواریانس‌ها به سمت عدد یک و خطای نابرابری مینا و خطای نابرابری واریانس‌ها به سمت عدد صفر نزدیک شده و نشان از صحت عملکرد مدل پژوهش در شبیه‌سازی قیمت سهام دارد.

فرضیه پژوهش

بر اساس مطالب مطرح شده تاکنون، فرضیه اصلی پژوهش حاضر بصورت زیر است:

۱. رفتار جریان‌های نقد از فرایند تصادفی تبعیت می‌کند.
۲. مدل هندسی براونی نسبت به مدل‌های براونی حسابی، واسیسک و مدل ریشه مربعات اصلاح شده بهتر است.

روش پژوهش

در این مطالعه ابعاد زمان و نبود قطعیت (تصادفی) به عنوان مفروضات در نظر گرفته شده‌اند. از لحاظ تاریخی و همچنین در بسیاری از کار برد های عملی فعلی، یک مدل قطعی گسسته با برآورد نقطه نظرهای ذهنی جریان‌های نقد، مدل مناسب می‌باشد. با گذشت زمان، مدل‌های

جریان نقد پیچیده پیشرفته پدیدار شده است. در دهه‌های گذشته پیشرفت برای پیشبرد مدل‌های تصادفی غنی‌تر و توانایی توصیف طیف گسترده‌ای از خصوصیات و ویژگی‌های تصادفی، ادغام شده‌اند. نخست، بسط استفاده از معادلات دیفرانسیل معمولی (ODEs) برای مدل‌سازی جریان‌های نقد پیوسته صورت گرفته است. دوم، معرفی مدل‌های احتمال مند که در آن جریان نقد به عنوان متغیر تصادفی توسط توزیع احتمالی مناسب تنظیم می‌شود، بیان شده است. در دهه‌های گذشته این دو پیشرفت برای پیشبرد مدل‌های تصادفی غنی‌تر و توانایی توصیف طیف گسترده‌ای از خصوصیات و ویژگی‌های تصادفی، ادغام شده‌اند. این ترکیب در قالب معادلات دیفرانسیل تصادفی (SDEs) در ریاضی فرایند تصادفی مدل‌های جریان نقد، ارائه شده است.

توصیف جریان‌های نقدی در زمان پیوسته دارای مزایای بسیاری از جمله دسترسی به روش‌ها و فنون پیچیده ریاضی است. بنابراین، این مطالعه جریان‌های نقدی را به عنوان پیوسته و با معادله دیفرانسیل تصادفی عمومی زیر اداره می‌کند:

$$dc_t = \alpha(c_t, t)dt + \sigma(c_t, t)dw_t + \vartheta(c_t, t)dN_t$$

c_t فرایند جریان نقد تصادفی؛ $\alpha(c_t, t)$ تابع رانش؛ $\sigma(c_t, t)$ تابع انتشار؛ $\vartheta(c_t, t)$ یک تابع پرش و w_t فرایند وینر N_t روند پرش است. مطابق با قضیه تجزیه دوب مایر^۱ $\alpha(c_t, t)$ مولفه قطعی و $\sigma(c_t, t)$ و $\vartheta(c_t, t)dN_t$ ترکیبی از مولفه تصادفی تشکیل شده است که - تحت شرایط مشخص - می‌تواند به صورت کلی‌تر از فرایندهای لوی ترکیب شود.

کوتلنز (Kotelenze, 2008) در کتاب خود تحت عنوان "معادلات دیفرانسیل تصادفی گذر از معادلات میکروسکوپی به ماکروسکوپی"^۲ اولین دستاورد دقیق معادلات مسسکوپی و ماکروسکوپی از یک سیستم قطعی معادلات میکروسکوپی را ارائه داده است. معادلات میکروسکوپی در قالب یک سیستم قطعی از اسیلاتورهای غیر خطی بهم پیوسته برای N ذرات بزرگ و بی‌نهایت ذرات کوچک ارائه می‌شود. معادلات مسسکوپی معادلات دیفرانسیل تصادفی معمولی (SODE) و معادلات دیفرانسیل جزئی تصادفی (SPDE) هستند و حد ماکروسکوپی توسط یک معادله دیفرانسیل جزئی سهموی توصیف می‌شود.

1. Doob

2. Stochastic Ordinary and Stochastic Partial Differential Equations-Transition from Microscopic to Macroscopic Equations.

می‌توان تجزیه و تحلیل مانده نقد را در سطوح ؛ میکروسکوپی^۱، مسسکوپی^۲ و ماکروسکوپی^۳ انجام داد. در سطح میکروسکوپی، هدف اولیه مطالعه درک مانده نقد در طول زمان به تنهایی برای یک شعبه در نظر گرفته می‌شود و فرایند تصادفی با محتوای پرش و همچنین توصیف با دیفرانسیل تصادفی. در واقع این رویکرد رفتار منحصر بفرد (در این مطالعه شعبه‌ها) را بررسی می‌کند و معمولاً برای توصیف چنین سیستمی و مدل سازی تصادفی خاص است. در سطح مسسکوپی، به دنبال تجزیه و تحلیل از یک سیستم کوچک به یک سیستم بزرگ ناکید بر چند شعبه است که در آن حرکات گسسته مانده های نقد را می‌توان نادیده گرفت و شرح مفصل از روند مانده نقد بنگاه‌ها را می‌توان با فرایند انتشار (تقریب) "متوسط" از همه فرایندهای پرش امکان پذیر نمود. در سطح میکروسکوپی تحقق فردی از جریان های نقدی در طول زمان هدف اصلی مطالعه است در حالی که در سطح مسسکوپی تجزیه و تحلیل گسترش یافته و شامل تمام مسیرهای ممکن است که یک روند جریان نقدی می‌تواند دنبال کند. اساساً تجزیه و تحلیل از یک فضای قطعی که فقط یک تحقق امکان وجود دارد، به یک فرایند تصادفی منتقل می‌شود که در آن تحقق بی‌شماری از تحقیقات (آینده) از یک روند جریان نقدی وجود دارد. هنگام بالا بردن تجزیه و تحلیل به سطح ماکروسکوپی، نه تنها روند جریان نقدی تصادفی یک شرکت بلکه کلیه شرکت‌های موجود در گروه تحت مطالعه در نظر گرفته می‌شود. این رویکرد رفتار متراکم شده سیستم و فرایند تصادفی سطح بالاتر به عنوان وجه مشترک برای همه شعبه‌ها (نهاده‌ها) را در نظر می‌گیرد. این سیستم را می‌توان با یک معادله دیفرانسیل جزئی تصادفی (SPDE)^۴ از نوع فوکر-پلانک توصیف کرد که هر کدام معادلات بر پایه حفظ اصل احتمال در طول زمان است. در سطح ماکروسکوپی در واقع سطح کلان تجزیه و تحلیل، تنوع جریان نقدی فردی نادیده گرفته می‌شود. آنچه مهم است رفتار متوسط مسیرهای جریان نقدی برای کل گروه است. بنابراین، تکامل تابع چگالی احتمال (بی قید و شرط) احتمالات مجموعه ای را توصیف می‌کند که در برخی شرایط برای توصیف رفتار تصادفی جریان نقدی شرکت‌های مختلف معتبر هستند.

-
1. Microscopic
 2. Mesoscopic
 3. Macroscopic
 4. Stochastic Partial Differential Equation (SPDE)

یافته‌های پژوهش

پژوهش حاضر، با استفاده از اطلاعات تراز آزمایشی روزانه یکساله مانده نقد مربوط به ۴۸ شعبه بانک معین (به دلیل محرمان بودن از ذکر آن خودداری می‌شود) انجام شده است. با استفاده از نرم افزار صفحه گسترده (اکسل)^۱، داده‌های گرد آوری شده، طبقه بندی شده پس از غربالگری و حذف روزهای تعطیل، با استفاده از نرم افزار ایویوز^۲، بررسی آماره‌های توصیفی انجام شده است.

جدول (۱): آمار توصیفی

متغیر	میانگین	میانه	حداکثر	حداقل	انحراف معیار	چولگی	کشیدگی
شرح	$109 \times 1,27$	$108 \times 8,25$	$1010 \times 1,75$	$106 \times 3,74$	$109 \times 1,42$	۳,۳۲	۱۷,۷۵

مانده نقد روزانه ۴۸ شعبه بانک مورد نظر بررسی شده است (واحد بر حسب میلیارد ریال)، میانگین $109 \times 1,27$ میلیارد ریال و میانه $108 \times 8,25$ حداقل مقدار مانده نقد $106 \times 3,74$ میلیارد ریال و حداکثر مانده نقد روزانه شعبه‌های مورد نظر $1010 \times 1,75$ میلیارد ریال بوده است. انحراف معیار^۳ مانده نقد در شعبه‌های $109 \times 1,42$ و چولگی^۴ $3/32$ و همچنین کشیدگی^۵ مقادیر برابر است با $17/75$ می‌باشد. مانده نقد دارای توزیع لاگ نرمال^۶ می‌باشد. تابع توزیع لاگ نرمال از نوع توزیع‌های پیوسته و دارای تکیه‌گاه مثبت (مجموع مقادیر مثبت متغیر تصادفی) است و همچنین وجود چولگی زیاد توزیع به خصوص برای مقدارهای بزرگ انحراف معیار کاملاً واضح است. با استفاده از آزمون ران تست تصادفی بودن^۷ داده‌ها (مانده نقد) تایید گردیده است. در این آزمون فرض اولیه این است که داده‌ها به صورت تصادفی انتخاب شده‌اند در معیار پذیرش یا رد آزمون مقدار سطح معناداری دو طرفه است و با توجه به sig نتیجه گیری می‌شود.

1. Excel
2. Eviews
3. Standard. Deviation
4. Skewness
5. Kurtosis
6. Log-Normal Distribution
7. Run-Test

جدول (۲): آزمون تصادفی

عنوان	مقدار برش (میانه)	تعداد مشاهده برش <	تعداد مشاهده برش >	تعداد کل مشاهدات	تعداد گردش ها	Z (آماره آزمون)	Asymp.Sig
شرح	۱۰۸×۸,۲۵	۶۸۸۸	۶۸۸۸	۱۳۷۷۶	۶۹۵۷	۱,۵۹	۰,۲۴۷

با توجه به اینکه $\text{sig} > 0.05$ فرض صفر مبنی بر تصادفی بودن داده‌ها (مانده نقد) تایید می‌گردد و فرضیه اول تایید می‌گردد. همچنین؛ فرض فرایند تصادفی پیوسته بودن مانده نقد برای یافتن مدل مناسب نقد در نظر گرفته شده است.

در مطالعه حاضر جهت بررسی فرضیه دوم؛ ۴ معادله تصادفی جهت بررسی بکار گرفته شده است. هر یک از مدل‌های قرار داده شده بر اساس مانده نقد (C) مورد بررسی قرار گرفته است. مدل‌ها: شماره (۱) براونی هندسی، (۲) براونی حسابی، (۳) واسیسک و (۴) ریشه مربعات اصلاح شده. همچنین سه سطح میکروسکوپی، مسسکوپی و ماکروسکوپی جهت بررسی در نظر گرفته شده است.

نتایج تخمین پارامترهای معادلات دیفرانسیل تصادفی

در جدول زیر میانگین پارامترهای هر مدل ارائه شده است:

جدول (۳): میانگین تخمین پارامترها

سطح	مدل (۱)	مدل (۲)	مدل (۳)	مدل (۴)
میکروسکوپی	$\mu = 2/31$ $\sigma = 2/18$	$\mu = 2/433$ $\sigma = 2/48$	$\mu = 2/15 \times 10^3$ $\sigma = 7/03$	$\mu = 2/13 \times 10^3$ $K1 = 3/08$ $K2 = 6/534 \times 10^3$
مسسکوپی	$\mu = 7/44$ $\sigma = 0/0893$	$\mu = 1/803 \times 10^3$ $\sigma = 4/84$	$\mu = 1/25 \times 10^4$ $\sigma = 1/17$	$\mu = 1/25 \times 10^3$ $K1 = 1/8$ $K2 = 4/734 \times 10^3$
ماکروسکوپی	$\mu = 8/45$ $\sigma = 0/19$	$\mu = 3/126 \times 10^3$ $\sigma = 5/3$	$\mu = 1/25 \times 10^4$ $\sigma = 4/6$	$\mu = 4/24 \times 10^8$ $K1 = 1/78$ $K2 = 29120$

در مدل حرکت براونی هندسی، مقدار پارامتر μ برابر $2/31$ می‌باشد. نوسانات این پارامتر چندان ارزیابی نمی‌گردد. میانگین پارامتر σ ، $2/18$ بوده است.

مقایسه مدل‌ها بر اساس معیار MAE، MSE و RMSE

به منظور مقایسه قدرت پیش‌بینی مدل‌ها از معیار میانگین قدر مطلق خطا^۱ (MAE)، میانگین مربع خطا^۲ (MSE) و ریشه مربع میانگین خطا (RMSE) در سه سطح گفته شده به صورت زیر در نظر گرفته شده است.

$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^n |y_{\text{model}}(i) - y_{\text{actual}}(i)|}{n}$$

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^n (y_{\text{model}}(i) - y_{\text{actual}}(i))^2}{n}$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_{\text{model}}(i) - y_{\text{actual}}(i))^2}{n}}$$

در این روابط، n تعداد داده‌های مربوط به هر شعبه، y_{model} مانده نقد پیش‌بینی شده توسط مدل و y_{actual} مانده نقد واقعی هر شعبه است.

در جدول ۴ اطلاعات مربوط به معیارهای آزمون ارائه شده است:

جدول (۴): اطلاعات حاصل از آزمون‌ها

سطح	مدل	RMSE	MSE	AME
میکروسکوپی	GBM	۰/۵۵	۰/۳۱۱	۰/۸۰۶
	ABM	۰/۸۹	۰/۷۹	۱/۶۵
	VC	۰/۹۳۷	۰/۸۷۸	۱/۷۲
	MSR	۱/۰۰۰۶	۱/۰۰۱	۱/۹۴
مسیکوپي	GBM	۰/۶۹۵	۰/۴۸۳	۱/۰۱۴
	ABM	۱/۱۱	۱/۲۴	۲/۳۴
	VC	۰/۸۹۶	۰/۸۰۳	۱/۶۳
	MSR	۰/۹۷۳	۰/۹۴۸	۱/۹۲
ماکروسکوپی	GBM	۰/۵۷	۰/۳۳	۰/۸۲۱
	ABM	۰/۹۳۲	۰/۸۶۹	۱/۶۹
	VC	۱/۰۷	۱/۱۵	۲/۰۶
	MSR	۰/۸۹۵	۰/۸۰۳	۱/۶۵

1. Mean Absolute Error (MAE)

2. Mean Square Error (MSE)

در معیار RMSE برآوردهایی با فاصله و کمی دورتر، حتی در یکی از مشاهدات و در مقایسه با برآورد اصلی ملاک تاثیرگذاری قرار گرفته و بزرگنمایی این انحراف مورد توجه خواهد بود و هر قدر مقدار این معیار و همچنین ریشه دوم میانگین مربعات خطا کمتر باشد صحت روش بیشتر است. از نظر تئوری هرگاه این معیار برابر صفر شود نمایانگر این است که مقدار تخمین زده شده یک کمیت دقیقاً برابر مقدار واقعی آن است و واضح است که در MSE انحراف موجود مانند RMSE مورد تعدیل واقع نشده است و دیدگاه بعدی که می تواند مبنای انتخاب معیار باشد، انحراف محدود کلیه مشاهدات است که در معیار MAE فرموله شده است که در حقیقت در پژوهش موجود برای بالا بردن ضریب اطمینان در انتخاب برترین تخمین نوسان بازده، از هر سه معیار و با توجه به طیف وسیع از ویژگی داده ها استفاده شده است.

بر اساس مطالب ذکر شده، عدد مربوط به مدلی که کمترین مقدار برآورد را دارد به عنوان مدل شایسته در ستون مربوطه آورده شده است. یعنی مدلی که کوچکترین مقدار را دارد کمترین خطا را داراست و مدل مناسبتری است که نتیجه بررسی فوق مدل براونی هندسی در سطح میکروسکوپی را به عنوان مدل مناسب تایید می نماید و بدین ترتیب فرضیه دو تایید می گردد.

نتیجه گیری و پیشنهادهای کاربردی

از آنجاییکه بسیاری از متغیرهای مالی ماهیت تصادفی دارند، فعالین در بازارهای سرمایه و نظریه پردازان علوم مالی همگی در فضای عدم اطمینان و احتمالات به سر برده و یا متغیرهایی را در دستور کار خود دارند، که ماهیت پیش بینی دقیق آنها ممکن نیست. احتمال به معنی موقعیتهایی است، که با عدم اطمینان مواجه بوده است، صادقی و همکاران (۱۳۹۸). یک کمیت تصادفی در فضای احتمالات به وسیله متغیر تصادفی مدلسازی می گردد و سپس متغیر تصادفی را اندیس گذاری شده و به فرایند تصادفی دست پیدا می کند. این مطالعه درصدد بررسی رفتار جریان نقد با استفاده از فرایندهای تصادفی بوده است. برای این منظور دو فرضیه

در نظر گرفته شد. همچنین برای بررسی از مانده نقد روزانه یکسال ۴۸ شعبه بانک استفاده شده است. فرضیه اول مبنی بر تصادفی بودن مانده جریان نقد تایید گردید. معروفترین مدل‌های تصادفی براونی هندسی، براونی حسابی، واسیسک و حداقل مربعات اصلاح شده جهت بررسی در نظر گرفته شده است. به منظور ارزیابی مدل‌ها از سه معیار MSE ، $MSER$ ، MAE استفاده شده است. نتیجه بررسی نشان می‌دهد که مدل براونی هندسی در سطح میکروسکوپی به عنوان مدل کاراتر و به واقعیت نزدیک تر تایید گردیده است. این نتیجه گواه و تایید تصادفی بودن جریان نقد است و در سطوح مختلف شرکتها به ویژه تک شرکتها با استفاده از داده‌های روزانه جهت برنامه ریزی و پیش‌بینی می‌تواند مورد توجه قرار گیرد. نتایج بدست آمده با پژوهش سالاس ملینا و همکاران (Salas-Molina, et al., 2018) مبنی بر اینکه مدل‌های غیرخطی در دنیای واقعی برای پیش‌بینی جریان نقد کاراتر است، همخوانی دارد. همچنین با پژوهش ون دبرگ (Van der Burg, 2018) توصیف ماهیت غنی و گوناگون روند جریان نقد و نوسانات تصادفی آن و معتبر بودن قابلیت یک معادله دیفرانسیل تصادفی به منظور ایجاد مدل جریان نقد زمان پیوسته همخوانی دارد. همچنین با پژوهش حندان و همکاران (Handan, et al., 2020) و صادقی و همکاران (۱۳۹۸) و دلو و ورزیده (۱۳۹۹) مبنی بر تایید مدل براونی هندسی به عنوان مدل کارای تصادفی همخوانی دارد. همچنین با پژوهش ثقفی و همکاران (۱۳۹۴) و احمد و همکاران (۱۳۹۷) به جهت مغایرت و کاربرد مدل‌های غیر تصادفی مطابقت ندارد.

زمینه‌های مدل‌های جریان نقد زمان پیوسته تصادفی، هنوز در مرحله نسبتاً ابتدایی از توسعه و گسترش است، که از تعداد کم نشریات مربوط به این مدل‌ها و پژوهش‌های صورت گرفته در دنیا نسبت به سایر مقوله‌های مدل‌های جریان نقد مشهود است. جریان نقد پیوسته مستقیماً به ارزیابی عدم اطمینان در هر یک از اجزای پایه مربوط می‌شود. با این حال، در یک محیط پیوسته تصادفی، چنین رویکردی اغلب به صورت ریاضی و محاسباتی با متغیرهای توضیحی تجاری و مالی مواجه می‌شود.

مزیت قابل توجه در استفاده از معادلات دیفرانسیل تصادفی پیوسته در مقابل مدل‌های گسسته در توصیف فرایندهای خاص اقتصادی این است که پاسخ صریح، اغلب در فرمول‌های پیوسته در دسترس است. بنابراین وابستگی و حساسیت فرایند بر پارامترها به راحتی قابل دسترسی و قابل تفسیر است (تحقق فرایندها واریانس و مقادیر توزیع) برای مدل زمان گسسته، به ندرت اعمال واکنش‌های صریح را نشان می‌دهد) بنابراین بحث کیفی آنها دقیق و به واقعیت نزدیک و جهت استفاده در ابعاد مختلف برنامه‌ریزی، پیش‌بینی و نیازهای تامین مالی در شرکت‌های مختلف قابل استفاده است. همچنین با استفاده از ماهیت تصادفی جریان نقد رابطه این فاکتور با قیمت سهام و سودآوری در شرکتهای بورسی مورد توجه و بررسی قرار گیرد.

منابع

- احمد، الف. و همکاران (۱۳۹۷)، "مدل سازی پیش بینی وجه نقد آتی"، فصلنامه پژوهش های تجربی حسابداری مالی، صفحات ۲۵-۴۸.
- تقفی، علی، فاطمه صراف، و حنا اقا بالایی بختیار (۱۳۹۴)، "کاربرد شبکه عصبی مصنوعی در پیش بینی جریانهای نقدی آتی"، بررسی های حسابداری، دوره ۳، شماره ۹، زمستان ۱۳۹۴، صفحات ۶۳-۸۰.
- دلو، مریم و ورزیده، علیرضا (۱۳۹۹)، "پیش بینی شاخص کل بورس اوراق بهادار با استفاده از مدل حرکت براونی هندسی"، دانش مالی اوراق بهادار سال سیزدهم، شماره ۴۶، تابستان ۱۳۹۹ سعیدی، علی (۱۳۹۸). "جزوه ابزار مشتقه". دانشگاه آزاد واحد تهران شمال.
- شیوایی، الهام و همکاران (۱۳۹۷)، "الگوسازی رفتار نرخ ارز در ایران با استفاده از معادلات دیفرانسیل تصادفی (رویکرد الگوی مرتون و NGARCH)، فصلنامه علمی- پژوهشی مطالعات اقتصادی کاربردی ایران، سال هفتم، شماره ۲۷، پاییز ۱۳۹۷، صفحات ۱-۲۷.
- صادقی، حجت الله و همکاران (۱۳۹۸)، "کاربرد حرکت براونی هندسی در پیش بینی قیمت طلا و نرخ ارز"، فصلنامه دانش سرمایه گذاری، سال هشتم، شماره سی ام، تابستان ۱۳۹۸.
- مولایی، صابر و همکاران (۱۳۹۵)، "الگوسازی رفتار قیمت سهام با استفاده از معادلات دیفرانسیل تصادفی بانوسان تصادفی"، فصلنامه علمی پژوهشی دانش مالی تحلیل اوراق بهادار سال نهم، شماره سی و دوم، زمستان ۱۳۹۴.
- مالکی نیا و همکاران (۱۳۹۹)، "کاربرد مدل حرکت براونی هندسی تعمیم یافته توسط فرآیند رژیم سوئیچینگ مارکوف در شبیه سازی قیمت سهام: رویکرد پویایی شناسی"، فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره چهل و دوم، بهار ۱۳۹۹.
- Ait-Sahalia, Y. Jacod, J, (2010), "Is Brownian Motion Necessary to Model High Frequency Data?", The Annals of Statistics, Vol. 38, 3093-3128.
- Ait-Sahalia, Y., & Jacod, J. (2009). "Testing for jumps in a discretely observed process". The annual of Statistic. vol 37. 184-222.
- Applebaum, D. (2004). L'evy processes---from probability to finance and quantum groups". Notices Amer. Math. Soc., 51(11), 1336-1347.
- Bartlett, M. S. (1955). "An introduction to stochastic processes: with special references to methods and applications": Cambridge University Press.
- Cox, D., Miller, H., (1965), "The Theory of Stochastic Processes", New York: Wiley.
- Corsaro, S., Kyriakou, I., Marazzina, D., Marino, Z., (2019), "A General Framework for Pricing Asian Options under Stochastic Volatility on Parallel Architectures". European Journal of Operational Research Volume 272, Issue 3, 1 February 2019, Pages 1082-1095
- Corsaro, S., Kyriakou, I., Marazzina, D., Marino, Z., (2019), "A General Framework for Pricing Asian Options under Stochastic Volatility on Parallel Architectures". European Journal of Operational Research Volume 272, Issue 3, 1 February 2019, Pages 1082-1095

- Fuchs, C. (2013). "Inference for Diffusion Processes: With Applications in Life Sciences": Springer Berlin Heidelberg.
- Gandolfo, G. (2012). "Continuous-Time Econometrics: Theory and applications": Springer Netherlands.
- Gao, S. (2017). "The Meaning of the Wave Function": Cambridge University Press.
- Handan, Z. Ibrahim, S.I, Mustafa, A.M.S. (2020). "Modeling Malaysian Gold Prices Using Geometric Brownian motion Model". Advances in Mathematics: Scientific Journal 9 (2020), no.9, 7463–7469
- Kotelenez, P. (2008). "Stochastic Ordinary and Stochastic Partial Differential Equations: Transition from Microscopic to Macroscopic Equations": Springer New York.
- Meerschaert, M. M., & Sikorskii, A. (2012). "Stochastic Models for Fractional Calculus": De Gruyter.
- Møller, J. K. (2011). "Stochastic State Space Modelling of Nonlinear systems - With application to Marine Ecosystems": Technical University of Denmark (DTU).
- Primbs James A., RossBarmish B.,(2018). "On Robustness of Simultaneous Long-Short Stock Trading Control with Time-arying Price Dynamics", IFAC-Papers OnLine , 50(1), 12267-12272.
- Rao, M. M. (2014). "Stochastic Processes - Inference Theory": Springer International Publishing.
- Salas-Molina, F., Martin, F.J., Rodr'iguez-Aguilar, J.A.(2018), "Empirical analysis of daily cash flow time-series and its implications for forecasting". SORT 42 (1) January-June 2018, 73-98.
- Tong,C., and chen, S. (2009). "Parameter Estimation and Bias Correlation of Diffusion Proses". Journal of Econometrics 149(1), PP. 65-81.
- van der Burg, J., Song, X., & Tippet, M. (2018). "A hyperbolic model of optimal cash balances". The European Journal of Finance, 1-15.
- Van der Burg, J. G. (2018). "Stochastic Continous-Time Cash Flows, A Copled Linear-Quadratic Model." A Thesise for the degree of Doctor of Philosophy. Victoria University of Wellington.
- Wattaatorn, W. , & Sombultawee, K ., (2021). "The Stochastic Volatility Option Pricing Model: Evidence from a Highly Volatile Market". Journal of Asian Finance, Economics and Business Vol 8 No 2 (2021) 0685–0695.

COPYRIGHTS



This is an open access article under the CC BY-NC 4.0 license.