

Application of Multi-Period Low Partial Moment Approach to Investment Portfolio Optimization and Impact of Different Moments on Portfolio Performance¹

Seyyed Reza Miraskari², Hamid Hosseini Nesaz³

Received: 2021/06/30

Accepted: 2021/11/13

Research Paper

Abstract

The present study aimed to present a model to choose the optimum multi-period investment portfolio with attitude toward lower partial moment as a measure of risk. The data used in this study contains historical returns of companies listed on the Tehran Stock Exchange over the period March 2014 to March 2019 which has been investigated as 5-shares, 15-shares, 25-shares investment portfolios. The ARIMA-GARCH hybrid model was used to generate the scenario in this study. To investigate the effect of different value of lower partial moment measure's alpha on investment portfolio, some qualitative performance measurement criteria such as the rate of Skewness, Sharpe ratio, Sortino ratio, Trainer ratio and Jensen measure is used. The results show that with the increase of the moment, positive Skewness and Sortino ratio increases as well. And by increasing the moment the Sharp ratio increases too, but the highest amount of that associated with variance risk measure. The highest trainer criterion is obtained when the alpha is three. Jensen's alpha criteria has inverse relation with value of moment, it means that by increasing the value of moment their values will decrease.

Kew Words: Multi-period Planning, Portfolio Optimization, Lower Partial Moment.

JEL Classification: C58, G11

1. DOI: 10.22034/JSE.2022.11243

2. Assistant Professor, Department of Economics, Faculty of Literature and Humanities, Guilan University, Rasht, Iran. (Corresponding Author). (rmiraskari@guilan.ac.ir).

3. M.Sc. Department of Financial Engineering, Khajeh Nasir Tousi University, Tehran, Iran.

بکارگیری رویکرد گشتاور جزئی پابینی چند دوره‌ای در بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری و تأثیر گشتاورهای مختلف بر عملکرد سبد سرمایه‌گذاری^۱

سید رضا میرعسکری^۲، حمید حسینی نساز^۳

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۴/۰۹

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۸/۲۲

مقاله پژوهشی

چکیده

این پژوهش با هدف ارائه مدلی برای انتخاب بهینه سبد سرمایه‌گذاری چند دوره‌ای با نگرش گشتاور جزئی پابینی به‌عنوان سنجه ریسک انجام گرفته است. داده‌های مورد استفاده در این پژوهش شامل بازده‌های تاریخی شرکت‌های موجود در بورس اوراق بهادار تهران طی دوره فروردین ۱۳۹۳- فروردین ۱۳۹۸ است که به‌صورت سبدهای سرمایه‌گذاری ۵-سهمی، ۱۵-سهمی و ۲۵-سهمی مورد بررسی قرار گرفته است. به منظور ایجاد سناریو در این مطالعه از مدل ترکیبی ARIMA-GARCH استفاده شد. برای بررسی تأثیر مقادیر مختلف گشتاور در سنجه گشتاور جزئی پابینی بر سبدهای سرمایه‌گذاری، از معیارهای سنجش عملکرد کمی همچون معیار چولگی، معیار شارپ، معیار سورتینو، معیار ترینر و معیار آلفای جنسن استفاده شده است. نتایج حاصل نشان می‌دهد که با افزایش گشتاور، چولگی مثبت و معیار سورتینو افزایش می‌یابد. همچنین معیار شارپ نیز با افزایش مقدار گشتاور افزایش می‌یابد اما بیشترین مقدار آن زمانی حاصل می‌شود که از واریانس به‌عنوان سنجه ریسک استفاده می‌شود. بیشترین مقدار معیار ترینر زمانی حاصل می‌شود که آلفا برابر با سه است. معیار آلفای جنسن رابطه معکوسی با افزایش مقدار گشتاور دارند بدین معنا که با افزایش مقدار گشتاور مقادیر آن‌ها کاهش می‌یابد.

واژه‌های کلیدی: برنامه‌ریزی چند دوره‌ای، بهینه‌سازی پرتفولیو، گشتاور جزئی پابینی.

طبقه‌بندی موضوعی: C58, G11

مقدمه

DOI: 10.22034/JSE.2022.11243

۲. استادیار، گروه اقتصاد، دانشکده ادبیات و علوم انسانی، دانشگاه گیلان، رشت، ایران. (نویسنده مسئول). (rmiraskari@guilan.ac.ir).

۳. کارشناس ارشد، گروه مهندسی مالی، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران.

مسئله انتخاب سبد سرمایه‌گذاری یکی از مهم‌ترین مسائل تصمیم‌گیری در حوزه مدیریت و مهندسی مالی محسوب می‌شود و به همین دلیل از دیرباز مورد توجه فعالان و پژوهشگران این حوزه قرار گرفته است. درواقع نظریه انتخاب سبد سرمایه‌گذاری برای غلبه بر چالش تخصیص ثروت میان دارایی‌های مختلف سامان داده شد (دنگ^۱ و همکاران، ۲۰۰۵). در حقیقت، گزینش پرتفولیو فرایند ساخت یک سبد سرمایه‌گذاری است که مطلوبیت سرمایه‌گذار را بیشینه می‌کند. با معرفی مدل میانگین-واریانس توسط مارکوویتز^۲ (۱۹۵۲) بینش جدیدی در حوزه انتخاب پرتفوی ایجاد شد. اما از آنجایی که واریانس با انحرافات مثبت و منفی به صورت یکسان برخورد می‌کند با درک سرمایه‌گذار از ریسک در تضاد بود. بنابراین خانواده‌ای از سنج‌های ریسک تحت عنوان سنج‌های ریسک نامطلوب بوجود آمدند.

طبق تعریف، سنج‌های ریسک نامطلوب تنها تغییرات نامطلوب (آن دسته از مشاهداتی که کمتر از نرخ بازده مشخص هستند) را به عنوان ریسک تعریف می‌کنند. باوا^۳ (۱۹۷۵) نخستین نویسنده‌ای بود که گشاور جزئی پایینی را به عنوان خانواده‌ای از سنج‌های ریسک دسته پایینی معرفی کرد. فیشبرن (۱۹۷۷)، باوا و لیندربرگ (۱۹۷۷) نشان دادند که بین درجات مختلف سنج گشاور جزئی پایینی و غلبه تصادفی^۴ (اولویت‌بندی ترجیح‌های افراد در شرایط مختلف، به گونه‌ای که شرایط موقعیتی بر چگونگی رفتار سرمایه‌گذار تأثیر می‌گذارد) ارتباط قوی وجود دارد. درواقع وجود پارامتر آلفا (گشاور) در سنج گشاور جزئی پایینی ما را قادر می‌سازد تا با تغییر در مقدار آن سرمایه‌گذاران را به درجات مختلفی از ریسک‌پذیر تا ریسک‌گریز تقسیم کنیم (فیشبرن^۵، ۱۹۷۷). ناروکی^۶ (۱۹۹۹) بیان داشت که مسئله اصلی در سنج LPM چگونگی مدیریت گشاور است. همین ویژگی موجب گشته تا این سنج ریسک در ادبیات مالی به‌طور ویژه مورد توجه قرار گیرد (استرادلاد^۷، ۲۰۰۲؛ گالادرا^۸، ۲۰۰۷؛ جarrow و ژائو^۹، ۲۰۰۶ و جین^{۱۰} و همکاران، ۲۰۰۶). همچنین، در مدل کلاسیک انتخاب سبد سرمایه (مدل میانگین-واریانس) تابع مطلوبیت به صورت کوادراتیک است و در صورتی که سرمایه‌گذار چنین نگرشی نداشته باشد، دیگر قادر نخواهیم بود که مطلوبیت وی را بیشینه کنیم، حال آنکه این مشکل در سنج ریسک

1. Deng
2. Markowitz
3. Bawa
4. Stochastic Dominance
5. Fishburn
6. Nawrocki
7. Estrada
8. Galagedera
9. Jarrow & Zhao
10. Jin

گشتاور جزئی پایینی وجود ندارد. در دنیای واقعی استراتژی‌های سرمایه‌گذاری بیشتر به صورت چند دوره‌ای تعریف می‌شود چراکه سرمایه‌گذاران نیاز دارند در هر دوره، سبد خود را مورد بازبینی و اصلاح قرار دهند (ژانگ^۱، ۲۰۱۴). این امر موجب ظهور هزینه تراکش به عنوان یک عامل کلیدی در مدل انتخاب سبد سرمایه می‌شود. از این رو با توجه به آنچه پیش‌تر گفته شد، استفاده از سنجه مناسبی چون LPM در مسائل بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری چند دوره‌ای و نیز بررسی تأثیر مقادیر مختلف گشتاور امری مهم می‌کند. همچنین با توجه به فوق سخت بودن مسئله موردنظر (جاسمی و مهرجو ۲۰۱۲) از الگوریتم ژنتیک نسل دوم جهت حل مدل پیشنهادی استفاده شد. دیگر نوآوری مهم در مطالعه حاضر استفاده از مدل ترکیبی $ARIMA^2-GARCH^3$ برای ایجاد سناریو است.

پیشینه پژوهش

ناروکی (۱۹۹۲) با بررسی الگوریتم انتخاب پرتفوی سنجه گشتاور جزئی پایینی و مقایسه آن با مدل میانگین-واریانس نشان داد که پرتفوی سنجه گشتاور جزئی پایینی در مقایسه با پرتفوی میانگین-واریانس تعداد سهام کمتری دارد. مهرجو و جاسمی (۲۰۱۲) به حل مسئله بهینه‌سازی پرتفوی توسط مدل گشتاور جزئی پایین پرداختند. در مقایسه‌ای که بین مدل میانگین-واریانس و مدل گشتاور جزئی پایینی که توسط الگوریتم ژنتیک پیاده‌سازی شده بود صورت گرفت، نتایج نشان‌دهنده کارایی بیشتر مدل گشتاور جزئی پایینی بود.

پژوهش‌های تجربی و شبیه‌سازی متعدد نشان می‌دهد که سرمایه‌گذاران به سنجه‌های ریسک دسته پایینی همچون سنجه گشتاور جزئی پایینی نسبت به سنجه واریانس-میانگین علاقه بیشتری دارند (ناروکی، ۱۹۹۲؛ انسر^۴، ۲۰۰۰ و مهرجو و جاسمی ۲۰۱۲). جامان^۵ و همکاران (۲۰۱۱) به مقایسه سنجه‌های میانگین-واریانس و سنجه گشتاور جزئی پایینی از طریق برنامه‌ریزی چندهدفه پرداختند. نتایج پژوهش یادشده نیز نشان داد که سنجه گشتاور جزئی پایینی در مقایسه با سنجه واریانس بهتر عمل می‌کنند. گوک و آتماسا^۶ (۲۰۱۷) نیز به مقایسه کارایی سنجه‌های

-
1. Zhang
 2. Autoregressive integrated moving average
 3. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity
 4. Unser
 5. Jaaman
 6. Gökgöz, & Atmaca

واریانس، ریسک نامطلوب و گشاور جزئی پایینی پرداختند که نتایج به طور مشابه برتری سنجه گشاور جزئی پایینی را نشان داد.

سنجه گشاور جزئی پایینی در قیمت گذاری دارایی ها^۱ نیز بسیار پر کاربرد هستند. اقبال و همکاران (۲۰۰۷) به مقایسه مدل های قیمت گذاری دارایی ها با گشاور جزئی پایینی در زمینه بازارهای نوظهور پرداختند. سانوج و همکار^۲ (۲۰۱۸) به بررسی کاربرد گشاور جزئی پایینی در شرایط بازار شرطی و توانایی آن در مدل سازی تصادفی پرداختند. نساز^۳ و همکاران (۲۰۲۰) به بررسی بهینه سازی انتخاب سبد سرمایه گذاری چند دوره ای پرداختند. آن ها روش جدیدی برای محاسبه گشاور جزئی پایینی ارائه کردند. فولگا^۴ (۲۰۱۵) با در نظر گرفتن ارتباط میان معیار غلبه احتمالی با ارزش در معرض خطر شرطی و گشاور جزئی مرتبه اول، یک روش جدید به منظور تعیین یک پرتفوی بهینه ارائه نمود. فنگ و پست^۵ (۲۰۱۹) استفاده از گشاورهای بالاتر را مورد بررسی قرار دادند. نتایج حاصل از شبیه سازی مونت کارلو نشان داد که گشاورهای بالاتر نه تنها به نتایج برتر منجر می شوند، بلکه تناوب خطای نوع دوم را نیز کاهش می دهند.

رستمی و همکاران (۱۳۹۴) از گشاورهای مراتب بالاتر (چولگی و کشیدگی) برای بهینه سازی سهام در محیط فازی استفاده کردند. به منظور محاسبه کارایی مدل های ارائه شده، آن ها از شاخص عملکرد اقتصادی بهره بردند و نشان دادند که گشاورهای بالاتر موجب بهبود کارایی سبد سرمایه گذاری می شوند. صالح آبادی و همکاران (۱۳۹۷) به مقایسه سنجه ریسک گشاور جزئی پایینی-بالایی و سنجه سنتی واریانس پرداختند. نتایج آن ها نشان داد که در تمامی رویکردهای ریسک پذیری و در تمامی نقاط مرز کارا، سنجه گشاور جزئی پایینی-بالایی عملکرد بهتری در مقایسه با سنجه واریانس دارد. پاک مرام و همکاران (۱۳۹۶) به مقایسه الگوریتم های فرا ابتکاری ژنتیک، فرهنگی و ازدحام ذرات در بهینه سازی سبد سهام پرداختند. نتایج حاصل از مقایسه الگوریتم ها نشان داد که الگوریتم ژنتیک در مقایسه با دیگر الگوریتم های فرا ابتکاری به بهترین نتیجه که بیشترین نسبت بازده به ریسک می باشد، منجر می شود. رجبی و خالوزاده (۱۳۹۳) از الگوریتم های فرا ابتکاری ژنتیک مرتب غیر مغلوب نسل دوم و الگوریتم

1. Capital Asset Price Model

2. Sunoj

3. Nesaz

4. Fulga

5. Fang & Post

ازدحام ذرات چندهدفه برای بهینه‌سازی سهام استفاده کردند که نتایج آن‌ها نیز نشان داد الگوریتم ژنتیک دارای عملکرد بهتری است.

حل مسئله سبد سرمایه‌گذاری به صورت چند دوره‌ای نیز دارای سابقه پژوهشی قابل توجهی است. سوی^۱ و همکاران (۲۰۱۳)، لی و نج^۲، گالپینار و روستم^۳ (۲۰۰۷) و سلیکارت و اوزکیکی^۴ (۲۰۰۷) مدل انتخاب بهینه پرتفوی چند دوره‌ای میانگین-واریانس را ارائه کردند. کالافیار و خرامان (۲۰۱۴)، پینار (۲۰۰۷) و هنگ و کیو (۲۰۱۲) با جایگزینی نیم واریانس بجای واریانس مدل بهینه‌سازی پرتفوی را به صورت چند دوره‌ای حل کردند. لیو و ژانگ^۵ (۲۰۱۵) و ژانگ^۶ و همکاران (۲۰۱۲) مدل بهینه‌سازی پرتفوی میانگین-نیم واریانس را به صورت چند دوره‌ای فازی تحت محدودیت‌های هزینه تراکنش، کمترین مقدار قابل معامله و درجه تنوع پرتفوی مدل کردند. نجفی و موشخیان (۲۰۱۵) مسئله بهینه‌سازی پرتفوی چند دوره‌ای میانگین-نیم واریانس را با استفاده از الگوریتم ازدحام ذرات و الگوریتم ژنتیک حل کردند. آن‌ها وزنی که به هر دارایی اختصاص داده شده را به عنوان متغیر تصمیم در نظر گرفتند که برتری اصلی آن کاهش فضای جواب است. آرنوت و وانگر^۷ (۱۹۹۰) در پژوهش خود بیان کردند که نادیده گرفتن هزینه معاملاتی می‌تواند به شکست در مرز کارای پرتفوی بیانجامد. ازاین‌رو برتسیماس و پاپامونا^۸ (۲۰۰۸)، گالپینار^۹ و همکاران (۲۰۰۳) و کانو و ویجیانک^{۱۰} (۲۰۰۱) هزینه معاملاتی را نیز در مسائل چند دوره‌ای منظور کردند. وی و یه^{۱۱} (۲۰۰۷) مدل انتخاب پرتفوی چند دوره‌ای میانگین واریانس را با کنترل ورشکستگی در بازار احتمالی بررسی کردند. لیپولد^{۱۲} و همکاران (۲۰۰۴) یک نگرش هندسی برای بهینه‌سازی پرتفوی چند دوره‌ای زمان گسسته ارائه کردند.

-
1. Cui
 2. Li & Ng
 3. Gulpınar & Rustem
 4. Celikyurt, & Ozekici
 5. Liu & Zhang
 6. Zhang
 7. Arnott, & Wagner
 8. Bertsimas & Pachamanova
 9. Gulpınar
 10. Konno & Wijayanayake
 11. Wei & Ye
 12. Leippold

نجفی و پوراحمدی (۱۳۹۴) به بررسی مسئله بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری چند دوره‌ای با توجه به وجود هزینه معاملات پرداختند. آن‌ها با استفاده از آزمون من ویتنی کارایی مدل چند دوره‌ای را در مقایسه با مدل تک دوره‌ای پیش رونده مورد مقایسه قرار دادند و دریافتند که گرچه در دوره‌های کوتاه مدت از نظر آماری تفاوت محسوسی میان مدل چند دوره‌ای و تک دوره‌ای وجود ندارد اما این تفاوت در بلند مدت چشمگیر است.

روش شناسی پژوهش

در این بخش ابتدا به معرفی سنج گشتاور جزئی پایینی و ویژگی‌های آن خواهیم پرداخت و سپس چگونگی تشکیل درخت سناریو و مدل‌سازی سبد سرمایه‌گذاری چند دوره‌ای توضیح داده می‌شود. در ادامه الگوریتم ژنتیک نسل دوم و ساختار آن ارائه می‌شود و در نهایت سنج‌های کمی مورد استفاده در این پژوهش برای تعیین مقدار بهینه گشتاور شرح داده می‌شوند.

گشتاور جزئی پایینی

بدین منظور باوا (۱۹۷۵) با معرفی سنج گشتاور جزئی پایینی این مشکل را حل کرد. سنج گشتاور جزئی پایینی تعریف شده توسط باوا^۱ (۱۹۷۵) به صورت رابطه ۱ است.

$$LPM_{\alpha}(h;R) = \int_{-\infty}^h (h-R)^{\alpha} dF(R) \quad \text{رابطه ۱}$$

از آنجا که محاسبه معادله بالا در حالت پیوسته بسیار دشوار است، رابطه (۱) را می‌توان با یک تقریب مناسب در حالت گسسته به صورت رابطه ۲ نوشت.

رابطه ۲

$$LPM_{\alpha}(h;R) \approx E \left\{ \left(\max[0, h-R] \right)^{\alpha} \right\} = \frac{1}{m} \sum_{t=1}^m \left[\text{MAX} \left(0, (h-R_{it}) \right)^{\alpha} \right]$$

جاییکه m تعداد مشاهدات و h پارامتر هدف است. پارامتر α وزنی که سرمایه‌گذار برای انحرافات قائل است را تعیین می‌کند و R_{it} بازده سهم i برای دوره t است. برخی از مقادیر مورد استفاده برای h شامل: مقدار صفر برای گریز از زیان، نرخ بازده بدون ریسک برای گریز از

بازده کمتر از نرخ بدون ریسک و در انتها نرخ بازده مورد انتظار است. ما در این مطالعه از نرخ بازده مورد انتظار به عنوان پارامتر هدف استفاده کرده ایم.

فیشر (۱۹۷۷) نشان داد که مقادیر $\alpha < 1$ برای سرمایه گذاران ریسک گریز و مقادیر $\alpha > 1$ برای سرمایه گذاران ریسک پذیر مناسب است و زمانی که سرمایه گذار نسبت به ریسک خنثی باشد از $\alpha = 1$ استفاده می شود.

هدف این پژوهش نیز محاسبه سنج گشتاور جزئی پائینی با مقادیر مختلف α و اندازه های مختلف سبد سرمایه گذاری به صورت چند دوره ای است. با توجه به پیچیدگی و فوق سخت بودن این گونه مسائل (مهرجو و جاسمی ۲۰۱۲) از الگوریتم فرا ابتکاری ژنتیک نسل دوم برای حل آن استفاده شده است.

مدل چند دوره ای

فرض می کنیم که مدل انتخاب سبد سرمایه دارای افق زمانی T از زمان حال است. سال های حاصل با اندیس t نشان داده می شود بطوریکه $t=0$ نشان دهنده زمان حال است. حال فرض می کنیم که X_t بردار متغیرهای تصمیم در زمان t و بردار W_t نشان دهنده تمام وقایع اقتصادی باشد که منع غیر قطعی بودن و ریسک برای مدیریت پرتفولیو است. از این رو مفهوم چند دوره ای به صورت زیر نشان داده می شود.



این نبود قطعیت توسط درخت سناریو مدل می شود.

تشکیل درخت سناریو

عدم قطعیت در زندگی روزمره بسیار متداول است و نشان دادن آن در قالب مناسب نقش حیاتی در مدل های تصمیم گیری دارد. اگر عدم قطعیت به صورت متغیرهای تصادفی پیوسته نشان داده شود، محاسبات بسیار دشوار خواهد بود. بنابراین برای چیرگی بر این مشکل تشکیل درخت سناریو یکی از مناسب ترین روش ها است. در درخت سناریو، هر سناریو دارای احتمال برابر با Ps است که مجموع احتمالات برابر با ۱ است. یعنی:

$$\sum_{s=1}^S P_s = 1$$

یکی از روش‌های مناسب برای پیش‌بینی سری‌های زمانی بازده دارایی‌ها، مدل‌های میانگین متحرک خودهمبسته یکپارچه (ARIMA) است. اما به‌رغم توانایی و انعطاف‌پذیری مدل‌های ARIMA، آن‌ها قادر به برطرف نمودن آشفتگی و غیرخطی بودن داده‌های سری‌های زمانی نیستند. بدین منظور برای برطرف کردن این مشکل مدل واریانس ناهمسانی خود همبسته عمومی شرطی (GARCH) معرفی شد. فرایند ARIMA از دو بخش فرآیند رگرسیون خودهمبستگی (AR^۱) و میانگین متحرک (MA^۲) تشکیل شده است که در ادامه توضیح داده می‌شود.

AR: ایده پشت مدل‌های خود رگرسیونی این است که می‌توان مقدار حاضر X_t را به‌وسیله مقدار گذشته X_t یعنی $X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, X_{t-p}$ توضیح داد. بنابراین یک معادله AR از مرتبه p به‌صورت رابطه ۳ نوشته می‌شود.

$$X_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1} + \alpha_2 X_{t-2} + \dots + \alpha_p X_{t-p} + \varepsilon_t \quad (\text{رابطه ۳})$$

بطوریکه ε_t خطای سفید است و $\varepsilon_t \approx (0, \delta_t^2)$ و همچنین با X_s به ازای تمامی $s < t$ غیر همبسته است.

MA: مدل میانگین متحرک بیان می‌دارد که مقدار X_t تنها به مقادیر تصادفی عبارت‌های خطا که از فرآیند خطاهای سفید پیروی می‌کند بستگی دارد. رابطه ۴ نشان دهنده یک مدل MA از مرتبه q است.

$$X_t = \varepsilon_t + \beta_1 \varepsilon_{t-1} + \beta_2 \varepsilon_{t-2} + \beta_q \varepsilon_{t-q} \quad (\text{رابطه ۴})$$

ترم‌های خطای ε_t فرض می‌شود که فرآیندهای خطای سفید با میانگین صفر و واریانس δ^2 هستند. حال اگر یک سری زمانی هردو ویژگی AR(p) و MA(q) را داشته باشد این موضوع به الگوی ARMA(p,q) منتهی می‌شود که می‌توان آن را به‌صورت رابطه ۵ نوشت:

$$X_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1} + \alpha_2 X_{t-2} + \dots + \alpha_p X_{t-p} + \varepsilon_t + \beta_1 \varepsilon_{t-1} + \beta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \beta_q \varepsilon_{t-q} \quad (\text{رابطه ۵})$$

حال اگر نیاز باشد تا از یک سری زمانی d بار تفاضل گیری شود تا مانا بشود و آنگاه در قالب $ARMA(p,q)$ آورده شود، در این صورت حاصل $ARIMA(p,d,q)$ است. $GARCH$: یکی از پیش فرض های مدل $ARIMA$ همسانی واریانس در جز خطاها است، حال آنکه گاهی مشاهده شده است که در مقطعی از سری های زمانی واریانس ترم های خطا نوسانات گسترده ای از خود نشان داده اند. بدین منظور برای مدل سازی نوسانات مدل $GARCH(m,n)$ به صورت معادله رابطه ۶ ارائه شده است.

$$\delta_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \dots + \alpha_n u_{t-n}^2 + \beta_1 \delta_{t-1}^2 + \dots + \beta_m \delta_{t-m}^2 \quad (\text{رابطه ۶})$$

بنابراین در این پژوهش برای تشکیل سناریوها ما مدل های $ARMA(p,q)$ و $GARCH(m,n)$ را باهم ترکیب می کنیم تا به مدل ترکیبی $ARMA(p,q)-GARCH(m,n)$ به صورت رابطه ۷ و رابطه ۸ برسیم.

$$X_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i X_{t-i} + \varepsilon_j + \sum_{j=1}^q \beta_j \varepsilon_{t-j} \quad (\text{رابطه ۷})$$

بطوریکه $\varepsilon_t \sim (0, \delta_t^2)$ و

$$\delta_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i u_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^m \beta_j \delta_{t-j}^2 \quad (\text{رابطه ۸})$$

مدل سازی سبد سرمایه گذاری چند دوره ای

در دنیای واقعی استراتژی های سرمایه گذاری همواره به صورت چند دوره ای تعریف می شود چراکه سرمایه گذاران نیاز دارند در هر دوره، سبد خود را مورد بازبینی و اصلاح قرار دهند (ژانگ، ۲۰۱۴). با توجه به آنچه در بخش مقدمه و مرور ادبیات بیان شد سنجه گشتاور جزئی پایین یکی از بهترین سنجه های ریسک است که دارای مزایای بسیاری است. از این رو از سنجه گشتاور جزئی پایین به عنوان سنجه ریسک مورد استفاده شده است. متغیرها و پارامترهای بکار گرفته شده در این مدل شامل موارد زیر است:

$$\sum_{s=1}^S \pi_s = 1 \quad \pi_s: \text{احتمال رخ دادن سناریو } s$$

$R_{n,t}^s$: بازده دارایی سهم n طی دوره t تحت سناریو s

C_{buy} : کارمزد فروش به ازای مقدار فروش در ابتدای دوره

C_{sell} : کارمزد خرید به ازای مقدار خرید در ابتدای دوره t

r_l : نرخ بهره قرض داده شده

r_b : نرخ بهره قرض گرفته شده

W_0 : مقدار دارایی در ابتدای دوره صفر

$x_{n,t}^s$: مقدار پولی دارایی سهم n طی دوره t ، تحت سناریو s قبل از بازنگری

$y_{n,t}^s$: مقدار پولی دارایی سهم n طی دوره t ، تحت سناریو s بعد از بازنگری

$v_{n,t}^s$: مقدار پولی خریداری شده از سهم n ، تحت سناریو s ، در ابتدای دوره t

u_{nt}^s : مقدار پولی فروخته شده از سهم n ، تحت سناریو s ، در ابتدای دوره t

b_t^s : مقدار پولی قرض گرفته شده در دوره t ، تحت سناریو s

W_t^s : مقدار دارایی در ابتدای دوره t ، تحت سناریو s

LPM_T^s : مقدار گشاور جزئی پایینی در انتهای دوره T ، تحت سناریو s

بر اساس مفاهیم تعریف شده در بالا مدل سازی پرتفوی چند دوره ای به صورت زیر است.

$$MaxZ_1 = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S W_T^s \quad \text{رابطه ۹}$$

$$MinZ_2 = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S LPM_T^s \quad \text{رابطه ۱۰}$$

$$y_{n,t}^s = x_{n,t}^s - u_{n,t}^s + v_{n,t}^s \quad \forall n \in N \quad \forall t \in T \quad \text{رابطه ۱۱}$$

$$\sum_{n=1}^N (1 + C_{buy}) y_{n,0}^s + y_{0,0}^s = W_0 + b_0^s \quad \forall s \in S \quad \text{رابطه ۱۲}$$

$$x_{n,t}^s = (1 + r_{n,t-1}^s) (x_{n,t-1}^s - u_{n,t-1}^s + v_{n,t-1}^s) \quad t = 1, 2, 3, \dots, T \quad n \neq 0 \quad \text{رابطه ۱۳}$$

$$x_{0,1}^s = (1 + r_l) [x_{0,0}^s] - b_0^s \times (1 + r_b) + b_1^s \quad \forall s \in S \quad \text{رابطه ۱۴}$$

$$x_{0,t}^s = (1 + r_l) \left[x_{0,t-1}^s + \sum_{n=1}^N (1 - C_{sell}) u_{n,t-1}^s - \sum_n (1 + C_{buy}) y_{n,t-1}^s \right] - b_{t-1}^s \times (1 + r_b) + b_t^s$$

$$\forall s \in S \quad \text{رابطه ۱۵}$$

$$t = 1, 2, 3, \dots, T - 1$$

$$x_{0,T}^s = (1+r_l) \left[x_{0,T-1}^s + \sum_{n=1}^N (1-C_{sell}) u_{n,T-1}^s - \sum (1+C_{buy}) v_{n,T-1}^s \right] - b_{T-1}^s \times (1-r_b)$$

$$\forall s \in S \quad \text{رابطه ۱۶}$$

$$\sum_{n=1}^N x_{n,t}^s = W_t^s \quad \forall s \in S \quad t=1,2,3,\dots,T-1 \quad \text{رابطه ۱۷}$$

رابطه ۹ تابع هدف اول را که بیشینه سازی ثروت نهایی می باشد نشان می دهد. رابطه ۱۰ تابع هدف ثانویه، کمینه کردن ریسک (سنجه LPM) را بیان می کند. محدودیت ۱۱ نشان دهنده مقدار پولی سرمایه گذاری شده در دارایی n ، تحت سناریو s در ابتدای دوره زمانی t بعد از بازنگری است. محدودیت ۱۲، محدودیت بودجه در دوره زمانی صفر را نشان می دهد که درواقع تضمین می کند مقدار سرمایه گذاری اولیه برابر با مقدار دارایی اولیه و مقدار پولی قرض گرفته شده در ابتدای دوره صفر است. هزینه تراکنش فروش و خرید به صورت نسبتی از مقدار پولی فروش و خرید دارایی و طی دوره های مختلف ثابت در نظر گرفته شده اند. محدودیت های ۱۳-۱۶ شامل محدودیت های جریان نقد در دوره زمانی t هستند. محدودیت ۱۷ ثروت نهایی در انتهای دوره زمانی t ، تحت سناریو s را نشان می دهد.

الگوریتم ژنتیک مرتب غیر مغلوب نسل دوم

دب^۱ و همکاران (۲۰۰۲) الگوریتم تکاملی چندهدفه (MOEA)^۲ را تحت عنوان الگوریتم ژنتیک مرتب غیر مغلوب نسل دوم (NSGAII)^۳ ارائه کردند که درواقع نسخه جدیدتر الگوریتم ژنتیک مرتب غیر مغلوب است. در الگوریتم ژنتیک نسل دوم عملگرهای تقاطع و جهش مسئول تولید نسل های جدید فرزندان هستند.

عملگر تقاطع: در الگوریتم ژنتیک نسل دوم دو رشته کروموزوم به طور تصادفی انتخاب می شوند و بخشی از آن ها با یکدیگر جایگزین می شود تا رشته های جدید فرزندان را حاصل کنند. تقاطع برای هر رشته با یک احتمال مشخص P_c اتفاق می افتد. برای اجرای تقاطع عدد ε از بازه (۰،۱) انتخاب می کنیم. بنابر آنچه در بالا گفته شد برای دو والد C_1 و C_2 فرزندان حاصل از طریق تقاطع به صورت زیر تعریف می شدند:

1. Deb

2. Multi-objective Evolutionary Algorithm

3. Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II

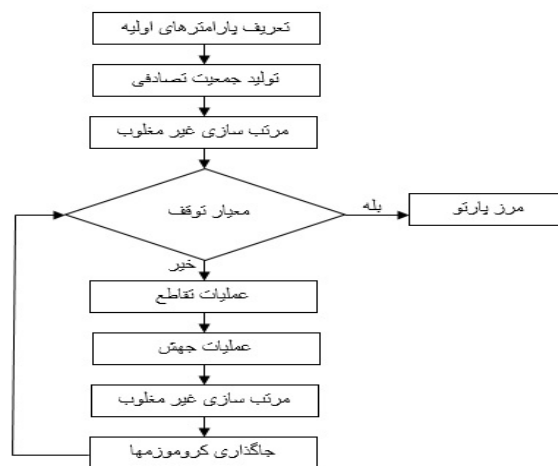
$$C_1' = \varepsilon C_1 + (1 - \varepsilon) C_2$$

$$C_2' = (1 - \varepsilon) C_1 + \varepsilon C_2$$

عملگر جهش: هر کروموزوم حاوی خصوصیتی است که جهش بخشی از این خصوصیات را تغییر می‌دهد. جهش نیز همچون تقاطع با یک احتمال مشخص P_m رخ می‌دهد. به منظور اجرای تقاطع ابتدا یک کروموزوم انتخاب می‌شود و سپس با احتمال P_m جهش در ژن $C_{t,i}$ رخ می‌دهد و کروموزوم $C = (C_{1,1}, \dots, C_{1,n}; C_{t,1}, \dots, C_{t,i}, \dots, C_{t,n}; \dots; C_{T,1}, \dots, C_{T,n})$ را به $C' = (C_{1,1}, \dots, C_{1,n}; C_{t,1}, \dots, C'_{t,i}, \dots, C_{t,n}; \dots; C_{T,1}, \dots, C_{T,n})$ تبدیل می‌کند.

یکی از مسائل اساسی در اجرای الگوریتم‌های فرا ابتکاری تعیین بهینه پارامترهای تأثیرگذار بر عملکرد الگوریتم همچون نرخ جهش، نرخ تقاطع، تعداد جمعیت اولیه و تعداد تکرار بهینه است. بدین منظور از رویکرد طراحی آزمایش تاگوچی برای بدست آوردن پارامترهای بهینه استفاده شده است.

شکل ۱ نشان دهنده الگوریتم اجرای الگوریتم ژنتیک نسل دوم است.



شکل ۱. فلوچارت الگوریتم ژنتیک نسل دوم

طراحی آزمایش تاگوچی^۱

یکی از مهم‌ترین بخش‌های طراحی آزمایش انتخاب عوامل کنترل است. برای تعیین ماتریس متعامد باید به تعداد عوامل و تعداد سطوح در نظر گرفته شده برای هر عامل توجه کرد.

در این پژوهش برای هر پارامتر ۳ سطح در نظر گرفته شده است. بنابراین با توجه به ماتریس متعامد نیاز به انجام ۲۷ آزمایش است.

برای محاسبه اهمیت نسبی هر عامل با در نظر گرفتن اثرات اساسی آن بر عملکرد الگوریتم از نرخ تبدیل S/N استفاده می‌شود. قسمت S به مقادیر مطلوب اشاره می‌کند و قسمت N به مقادیر غیرمطلوب اشاره می‌کند که هدف ماکزیمم کردن این نسبت است. مقدار نرخ S/N به صورت رابطه (۱۸) محاسبه می‌شود.

$$S / N = 10 \log \left(\frac{\bar{y}^2}{S^2} \right) \quad \text{رابطه ۱۸}$$

سنجه‌های کمی

با توجه به آنچه در بخش‌های پیشین بیان شد، یکی از مهم‌ترین نکات در به کارگیری سنجه ریسک گشتاور جزئی پائینی انتخاب صحیح مقدار آلفا است. معیارهای بکار گرفته شده جهت ارزیابی عملکرد، از پرکاربردترین معیارهای مقایسه سبدهای سرمایه‌گذاری هستند که از دیرباز مورد استفاده قرار گرفته‌اند. این معیارها شامل معیار شارپ^۱، سورتینو^۲، ترینر^۳، آلفای جنسن^۴ و معیار چولگی هستند که در ادامه به تشریح هر کدام از آن‌ها خواهیم پرداخت.

معیار شارپ

معیار شارپ معیاری برای اندازه‌گیری مقدار بازده به ریسک تعدیل شده می‌باشد که توسط ویلیام شارپ معرفی شد. درواقع معیار شارپ نشان دهنده‌ی مازاد میانگین بازده به دست آمده نسبت به نرخ بدون ریسک به ازای یک واحد تلاطم است. نرخ بدون ریسک می‌تواند اوراق قرضه دولتی و یا سود تضمین شده بانکی باشد. بنابراین با توجه به آنچه گفته شد روش محاسبه معیار شارپ به صورت رابطه ۱۹ است.

$$SharpRatio = \frac{\bar{r}_p - r_f}{\sigma_p} \quad \text{رابطه ۱۹}$$

-
1. Sharp Ratio
 2. Sortino Ratio
 3. Treynor Ratio
 4. Jensen Measure

بطوریکه $\bar{r}_p$ ، بازده مورد انتظار پرتفولیو، r_f بازده دارایی بدون ریسک و σ_p انحراف استاندارد پرتفولیو را نشان می‌دهد. هرچه مقدار معیار شارپ بزرگ‌تر باشد نشان از بالاتر بودن نسبت بازده به ریسک و جذاب بودن سرمایه‌گذاری است.

معیار سورتینو

معیار سورتینو در واقع حالت اصلاح‌شده معیار شارپ است. بدین صورت که فقط تلاطم‌های منفی در آن منظور می‌شود. بنابراین با توجه به رابطه معیار شارپ، معیار سورتینو^۱ به صورت رابطه ۲۰ محاسبه می‌شود.

$$\text{SortinoRatio} = \frac{r_p - r_f}{\sigma_p^-} \quad (\text{رابطه ۲۰})$$

بطوریکه $\bar{r}_p$ و r_f مانند بالا تعریف می‌شود اما σ_p^- انحراف استاندارد منفی پرتفولیو را نشان می‌دهد. تحلیلگران به‌طور عمومی از معیار شارپ برای ارزیابی پرتفولیوهای سرمایه‌گذاری کم تلاطم و از معیار سورتینو برای ارزیابی پرتفولیوهای با تلاطم بالا استفاده می‌کنند.

معیار ترینر

این معیار مقدار بازده کسب شده بیشتر از نرخ بدون ریسک را به ازای هر واحد از ریسک سیستماتیک (ریسک بازار) محاسبه می‌کند. به عبارت دیگر، معیار ترینر همان معیار شارپ است با این تفاوت که در نوع محاسبه بخش تلاطم، از ریسک سیستماتیک استفاده می‌کند.

$$\text{TreynnerRatio} = \frac{\bar{r}_p - r_f}{\beta_p} \quad (\text{رابطه ۲۱})$$

بطوریکه β_p بتای پرتفولیو (ریسک سیستماتیک) است. برای محاسبه ریسک سیستماتیک می‌توان از بتای بازار (مطابق مدل CAPM) استفاده کرد.

معیار آلفای جنسن

معیار آلفای جنسن که گاهی با معیار آلفا نیز شناخته می‌شود برای ارزیابی مدیریت صندوق‌های سرمایه‌گذاری ایجاد شد. این معیار برای اندازه‌گیری عملکرد سهم یا پرتفولیو در ارتباط با بازده مورد انتظار بازار (که همگی بر پایه قیمت‌گذاری دارایی CAPM بنا شده است. هرچه میزان این معیار بیشتر باشد نشان‌دهنده بازده به دست آمده بالاتری از سطح مورد انتظار است. روش محاسبه معیار آلفای جنسن به صورت رابطه ۲۲ است.

$$\alpha_p = \bar{r}_p - [r_f + \beta_p (\bar{r}_m - r_f)] \quad \text{رابطه ۲۲}$$

بطوریکه α_p معیار آلفای جنسن، $\bar{r}_p$ بازده مورد انتظار پرتفولیو، r_f بازده دارایی بدون ریسک، β_p بتای پرتفولیو و $\bar{r}_m$ متوسط بازده بازار را نشان می‌دهد.

معیار چولگی

سنجه آماری که تقارن توزیع احتمالی یک متغیر را در ارتباط با تقارن توزیع احتمالی متغیری دیگر اندازه می‌گیرد چولگی می‌گویند. در علم مهندسی مالی، چولگی می‌تواند مکملی برای واریانس به عنوان تخمین زننده ریسک باشد. سرمایه‌گذاران چولگی مثبت را ترجیح می‌دهند چراکه در صورت بروز زیان، در مقایسه با چولگی مثبت، هزینه بزرگ‌تری اعمال خواهد شد.

یافته‌های پژوهش

جامعه مطالعاتی پژوهش حاضر دربرگیرنده اطلاعات مربوط به شرکت‌های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران در فاصله زمانی فروردین ۱۳۹۳ الی فروردین ۱۳۹۸ است. برای انتخاب نمونه محدودیت‌های بر روی شرکت‌های جامعه آماری اعمال شد همچون:

(۱) طی سال مالی (منتهی به اسفند) تغییر سال مالی نداشته باشند.

(۲) بانک‌ها و مؤسسات مالی و شرکت‌های سرمایه‌گذاری و هلدینگ نباشند.

گام نخست در حل مدل پیشنهادی در بخش ۳،۴ تشکیل سناریو بر اساس روش ارائه شده در بخش ۳،۳ است. پیش از برآورد و انجام پیش‌بینی یک الگوی سری زمانی ضروری است تا مانایی آن آزمون شود. چراکه اگر سری زمانی مورد مطالعه مانا نباشد، به دلیل ایجاد رگرسیون

کاذب به تفسیرهای نادرست منجر می‌شود. از این رو برای آزمون مانایی سری زمانی مطالعه حاضر از آزمون دیکی فولر تعمیم یافته استفاده می‌کنیم. در این پژوهش به منظور بررسی استواری نتایج بدست آمده از سبدهایی با اندازه‌های متفاوت برای بررسی تأثیر مقادیر مختلف آلفا استفاده شده است. بدین صورت که از سبدهای سرمایه‌گذاری ۵ سهمی، ۱۵ سهمی و ۲۵ سهمی استفاده شده است. سبدهای سرمایه‌گذاری بصورت تصادفی از بین سهام موجود در جامعه آماری انتخاب شده‌اند.

جدول ۱. نتایج آزمون ریشه واحد سبد سرمایه‌گذاری ۵ سهمی

متغیر	مرتبۀ تفاضل	آماره-t	سطح احتمال	عرض از مبدأ	روند	نتیجه
سهم ۱	۱	-۹,۵۴۸	۰,۰۰۰۰	دارد	دارد	مانا است
سهم ۲	۱	-۶,۱۰۵	۰,۰۰۰۰	دارد	دارد	مانا است
سهم ۳	۰	-۷,۳۸۴	۰,۰۰۰۰	دارد	دارد	مانا است
سهم ۴	۱	-۸,۲۳۰	۰,۰۰۰۰	دارد	دارد	مانا است
سهم ۵	۲	-۸,۷۹۲	۰,۰۰۰۰	دارد	دارد	مانا است

پس از احراز مانایی، نیاز هست تا وجود مدل GARCH تعیین شود. بدین منظور از آزمون ARCH استفاده می‌کنیم که نتایج آن در جدول زیر آمده است.

جدول ۲. نتایج آزمون ARCH سبد سرمایه‌گذاری ۵ سهمی

متغیر	آماره-F	احتمال (۱,۹۷)	مشاهدات R^2	احتمال کای-2
سهم ۱	۶,۵۲۶۴	۰,۰۱۲۰	۶,۴۸۶۹	۰,۰۱۱۸
سهم ۲	۸,۵۹۷۱	۰,۰۰۴۲	۸,۵۰۶۵	۰,۰۴۱
سهم ۳	۷,۵۹۸۰	۰,۰۰۹۵	۷,۴۸۵۶	۰,۰۰۹۳
سهم ۴	۶,۲۳۵۹	۰,۰۱۱۸	۶,۱۴۰۵	۰,۰۱۱۵
سهم ۵	۸,۴۸۸۱	۰,۰۰۸۲	۸,۳۹۶۸	۰,۰۰۷۹

حال نیاز است تا مراتب بهینه $ARIMA(p,d,q)$ - $GARCH(m,n)$ تعیین شود. برای تعیین مراتب بهینه از معیارهای AIC و SIC استفاده می‌کنیم.

جدول ۳. نتایج مراتب بهینه ARIM و GARCH سبد سرمایه‌گذاری ۵ سهمی

مراتب بهینه GARCH					مراتب بهینه ARIMA					
مقدار بهینه n	مقدار بهینه m	R^2	SIC	AIC	مقدار بهینه q	مقدار بهینه P	R^2	SIC	AIC	مختار
۱	۱	۰,۰۰۳	-۳,۴۸	-۳,۵۶	۱	۱	۰,۲۵۹	-۴,۵۵	-۴,۵۸	سهم ۱
۱	۱	۰,۰۱۳	-۴,۱۹	-۴,۲۵	۱	۰	۰,۱۲۵	-۵,۰۴	-۵,۰۶	سهم ۲
۱	۰	۰,۰۰۳	-۳,۹۰	-۳,۹۸	۱	۲	۰,۲۴۶	-۴,۶۲	-۴,۶۵	سهم ۳
۱	۰	۰,۰۰۲	-۳,۰۸	-۳,۱۲	۱	۱	۰,۲۷۴	-۴,۱۷	-۴,۲۰	سهم ۴
۰	۱	۰,۰۰۶	-۵,۱۸	-۵,۲۴	۰	۱	۰,۱۲۱	-۵,۲۸	-۵,۳۲	سهم ۵

بهترین برآورد مدل $ARIMA(p,d,q)$ با توجه به کمترین مقدار AIC و SIC و همچنین بیشترین مقدار R^2 انتخاب شده است.

پس از انجام آزمون‌های مربوطه و برآورد مراتب بهینه مدل نهایی برای سهام سبد ۵ سهمی به صورت زیر است.

$$stock\ 1 = 0.001 - 0.581stock\ 1_{t-1} + \varepsilon_t + 1.428\varepsilon_{t-1}$$

$$\delta_t^2 = 0.0035 + 0.569u_{t-1}^2 + 0.236\delta_{t-1}^2$$

$$stock\ 2 = 0.0021 + \varepsilon_t + 0.2548\varepsilon_{t-1}$$

$$\delta_t^2 = 0.001 + 0.429u_{t-1}^2 + 0.365\delta_{t-1}^2$$

$$stock\ 3 = 0.0012 - 0.259stock\ 3_{t-1} + 0.124stock\ 3_{t-2} + \varepsilon_t + 0.581\varepsilon_{t-1}$$

$$\delta_t^2 = 0.0024 + 0.587\delta_{t-1}^2$$

$$stock\ 4 = 0.001 - 0.486stock\ 4_{t-1} + \varepsilon_t + 0.845\varepsilon_{t-1}$$

$$\delta_t^2 = 0.0012 + 0.402\delta_{t-1}^2$$

$$stock\ 5 = 0.004 - 0.8497stock\ 5_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\delta_t^2 = 0.0031 + 0.239u_{t-1}^2$$

جداول بالا مربوط به سبد سرمایه گذاری ۵ سهمی است. آزمون‌های فوق را به‌طور مشابه برای سبدهای ۱۵ سهمی و ۲۵ سهمی نیز اجرا می‌کنیم. نتایج حاصل برای سبدهای ۱۵ سهمی و ۲۵ سهمی در بخش پیوست ارائه شده‌اند.

پس از ایجاد سناریوها، در ادامه مدل مسئله مورد مطالعه را با الگوریتم فرا ابتکاری ژنتیک نسل دوم حل می‌نماییم. به منظور انتخاب پارامترهای بهینه الگوریتم از روش آزمایشات تاگوچی استفاده می‌کنیم.

با توجه به نتایج حاصل از محاسبات، پارامترهای بهینه به‌صورت جدول ۴ هستند.

جدول ۴. نتایج حاصل از آزمایشات تاگوچی

پارامترها	جمعیت اولیه	تعداد تکرار	نرخ تقاطع	درصد جهش	نرخ جهش
مقادیر بهینه	۱۵۰	۳۰۰	۰/۸	۰/۰۶	۰/۱۲

در گام بعد به بررسی تأثیر مقادیر مختلف گشتاور بر سنجه‌های کمی مورد بحث در بخش ۳،۷ می‌پردازیم.

جدول ۵. نتایج حاصل از مقادیر معیار چولگی به ازای سبدهای سرمایه‌گذاری مختلف

مقدار آلفا اندازه سبد	۱=α	۲=α	۳=α	۴=α	۵=α	میانگین- واریانس
سبد ۵ سهمی	۰,۰۰۰۳۳	۰,۰۰۰۳۳	۰,۰۰۰۳۴	۰,۰۰۰۳۵	۰,۰۰۰۳۷	۰,۰۰۰۳۱
سبد ۱۵ سهمی	۰,۰۰۰۷۶	۰,۰۰۰۷۷	۰,۰۰۰۷۷	۰,۰۰۰۷۸	۰,۰۰۰۷۹	۰,۰۰۰۷۳
سبد ۲۵ سهمی	۰,۰۰۰۷۵	۰,۰۰۰۷۶	۰,۰۰۰۷۶	۰,۰۰۰۷۷	۰,۰۰۰۷۸	۰,۰۰۰۷۲

با توجه به نتایج حاصل از مقادیر معیار چولگی مشاهده می‌شود که با افزایش در مقدار آلفا مقادیر چولگی مثبت نیز افزایش می‌یابد و بیشترین چولگی مثبت در تمامی سبدهای

سرمایه گذاری مربوط به بزرگ ترین آلفا است. بنابراین با توجه به آنچه در بخش الگوی پژوهش بیان شد، بیشتر بودن مقدار آلفا از نقطه نظر افزایش در مقدار مثبت چولگی مورد مطلوبیت سرمایه گذار است.

جدول ۶. نتایج حاصل از مقادیر معیار شارپ به ازای سبدهای سرمایه گذاری

میانگین - واریانس	$5=\alpha$	$4=\alpha$	$3=\alpha$	$2=\alpha$	$1=\alpha$	مقدار آلفا اندازه سبد
۰,۰۹۳۵	۰,۰۹۲۳	۰,۰۹۲۲	۰,۰۹۲۰	۰,۰۹۱۷	۰,۰۹۱۵	سبد ۵ سهمی
۰,۱۲۷۷	۰,۱۲۷۲	۰,۱۲۷۱	۰,۱۲۷۰	۰,۱۲۶۸	۰,۱۲۶۸	سبد ۱۵ سهمی
۰,۱۲۶۸	۰,۱۲۶۲	۰,۱۲۶۱	۰,۱۲۵۹	۰,۱۲۵۶	۰,۱۲۵۶	سبد ۲۵ سهمی

معیار شارپ نیز همچون چولگی با افزایش مقدار آلفا افزایش می یابد. اما بیشترین مقدار آن به مدل میانگین واریانس مربوط می شود. با توجه به نحوه محاسبه معیار شارپ، از آنجا که در مخرج کسر تمامی انحرافات در نظر گرفته می شود و اینکه در مدل میانگین-واریانس تمامی انحرافات کمینه می شود، بنابراین نتیجه حاصل مطابق بر انتظارات است.

جدول ۷. نتایج حاصل از مقادیر معیار سورتینو به ازای سبدهای سرمایه گذاری

میانگین - واریانس	$5=\alpha$	$4=\alpha$	$3=\alpha$	$2=\alpha$	$1=\alpha$	مقدار آلفا اندازه سبد
۰,۱۵۱۶	۰,۱۵۲۹	۰,۱۵۲۸	۰,۱۵۲۷	۰,۱۵۲۵	۰,۱۵۲۳	سبد ۵ سهمی
۰,۱۵۵۰	۰,۱۶۶۱	۰,۱۶۵۸	۰,۱۶۵۷	۰,۱۶۵۶	۰,۱۶۵۳	سبد ۱۵ سهمی
۰,۱۷۰۲	۰,۱۷۱۷	۰,۱۷۱۶	۰,۱۷۱۵	۰,۱۷۱۵	۰,۱۷۱۴	سبد ۲۵ سهمی

معیار سورتینو که تنها انحرافات منفی را در نظر می گیرد با افزایش آلفا مقدارش افزایش می یابد. بیشترین مقدار معیار سورتینو به بزرگ ترین مقدار آلفا مربوط می شود.

جدول ۸. نتایج حاصل از مقادیر معیار ترینر به ازای سبدهای سرمایه گذاری

مقدار آلفا اندازه سبد	$1=\alpha$	$2=\alpha$	$3=\alpha$	$4=\alpha$	$5=\alpha$	میانگین - واریانس
سبد ۵ سهمی	۰,۰۱۶۲	۰,۰۱۶۳	۰,۰۱۶۵	۰,۰۱۶۳	۰,۰۱۶۳	۰,۰۱۶۸
سبد ۱۵ سهمی	۰,۰۱۵۲	۰,۰۱۵۳	۰,۰۱۵۴	۰,۰۱۵۲	۰,۰۱۵۱	۰,۰۱۵۷
سبد ۲۵ سهمی	۰,۰۱۶۸	۰,۰۱۶۹	۰,۰۱۷۱	۰,۰۱۷۰	۰,۰۱۶۹	۰,۰۱۷۵

بیشترین مقدار معیار ترینر در بین تمامی گشتاورها مربوط به $3=\alpha$ است. نکته قابل توجه بیشتر بودن معیار ترینر برای مدل میانگین-واریانس نسبت به تمامی گشتاورهای مورد مطالعه است.

جدول ۹. نتایج حاصل از مقادیر معیار آلفای جنسن به ازای سبدهای سرمایه گذاری

مقدار آلفا اندازه سبد	$1=\alpha$	$2=\alpha$	$3=\alpha$	$4=\alpha$	$5=\alpha$	میانگین - واریانس
سبد ۵ سهمی	۰,۰۰۵۸	۰,۰۰۵۷	۰,۰۰۵۶	۰,۰۰۵۶	۰,۰۰۵۵	۰,۰۰۶۳
سبد ۱۵ سهمی	۰,۰۰۶۴	۰,۰۰۶۲	۰,۰۰۶۱	۰,۰۰۵۹	۰,۰۰۵۹	۰,۰۰۶۹
سبد ۲۵ سهمی	۰,۰۰۷۲	۰,۰۰۷۱	۰,۰۰۶۹	۰,۰۰۶۸	۰,۰۰۶۶	۰,۰۰۷۴

با افزایش مقدار آلفا مقادیر معیار آلفای جنسن کاهش می یابد و بیشترین مقدار معیار آلفای جنسن نیز به مدل میانگین-واریانس تعلق می گیرد.

نتیجه گیری

پژوهش حاضر با هدف ارائه مدلی به منظور انتخاب بهینه سبد سرمایه گذاری با ریسک گشاور جزئی پایینی انجام شده است. بدین منظور سه نوع سبد سرمایه گذاری متفاوت (۵ سهمی، ۱۵ سهمی و ۲۵ سهمی) ایجاد و تأثیر مقادیر مختلف آلفا بر روی آنها مورد بررسی قرار گرفته است. معیارهای مورد استفاده در این پژوهش برای بررسی تأثیرات مقادیر متفاوت آلفا بر سبدهای سرمایه گذاری مختلف شامل معیار چولگی، معیار شارپ، معیار سورتینو، معیار ترینر و معیار آلفای جنسن هستند. نتایج بدست آمده نشان دهنده این موضوع است که معیار

چولگی و معیار سورتینو رابطه مستقیمی با افزایش مقدار آلفا دارند که با این یافته‌ها با مطالعه ناروکی و استپلس (۱۹۸۹) مطابقت دارند. معیار شارپ نیز با افزایش مقدار آلفا افزایش می‌یابد اما بیشترین مقدار آن مربوط به سنجه ریسک واریانس است. مدل میانگین واریانس بیشتر دارای مقادیر معیار ترینر بالاتری نسبت به آلفاهای مختلف است و معیار جنسن با افزایش مقدار آلفا، کاهش می‌یابد که نشان دهنده تأثیر منفی افزایش مقدار آلفا بر معیار ترینر و جنسن است. دلیل تغییرات در معیارهای بیان شده، متغیرهای بکار رفته در این سنجه‌ها است. از این رو آنچه را که ما از نتایج بدست آمده به دنبال آن هستیم مشخص کردن آلفای مناسب برای سرمایه‌گذار است. درواقع همین ویژگی است که مدل گشتاور جزئی پایینی را از سنجه‌هایی همچون میانگین-نیم واریانس متمایز می‌کند. سرمایه‌گذار می‌تواند متناسب با معیارهای کمی ارائه شده در این مطالعه و تعیین استراتژی خود در خصوص عواملی چون بتای بازار، بازده مورد انتظار و غیره بهترین آلفا را برگزیند تا بتواند بهینه‌ترین سبد سرمایه‌گذاری را انتخاب کند.

پیشنهادهای آینده

پیشنهاد می‌شود برای پژوهش‌های آینده از معیار کیفی و مطالعه مالی رفتاری به منظور بررسی و انتخاب گشتاور بهینه استفاده شود. همچنین تأثیر دوره‌های زمانی متفاوت بر گشتاور نیز مورد مطالعه قرار گیرد.

منابع

- صالح آبادی، علی؛ سیار، محسن؛ شهریاری، محسن. (۱۳۹۷). «بهینه سازی پرتفوی در چارچوب مدل پتانسیل مطلوب و ریسک نامطلوب UPM-LPM». *مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار*. ۹ (۳۶). ۱۲۹-۱۵۳
- نجفی، امیرعباس؛ پوراحمدی، زهرا. (۱۳۹۴). «بهینه سازی پویای سبد سرمایه گذاری با توجه به هزینه معاملات». *مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار*. ۶ (۲۴). ۱۵۲-۱۷۲.
- رستمی، محمدرضا؛ کلانتری بنجار، محمود؛ بهزادی، عادل. (۱۳۹۴). «گشاورهای مراتب بالاتر در بهینه سازی سبد سهام در محیط فازی». *مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار*. ۶ (۲۴). ۴۱-۶۲.
- پاک مرام، عسگر؛ بحری ثالث، جمال؛ ولی زاده، مصطفی. (۱۳۹۶). «انتخاب و بهینه سازی سبد سهام با استفاده از الگوریتم ژنتیک، با بهره گیری از مدل میانگین-نیمه واریانس مارکویتز». *مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار*. ۸ (۳۱). ۱۹-۴۲.
- رجبی، مهسا؛ خالوزاده، حمید. (۱۳۹۳). «بهینه سازی و مقایسه سبد سهام در بورس اوراق بهادار تهران با بهره مندی از الگوریتم های بهینه سازی تکاملی چندهدفه». *فصلنامه علمی-پژوهشی تحقیقات مالی*. ۱۶ (۲). ۲۵۳-۲۷۰.
- Arnott, R.D., Wagner, W.H., (1990). The measurement and control of trading costs. *Financial Analysts Journal* 6, 73-80.
- Bawa, V. S. (1975). Optimal rules for ordering uncertain prospects. *Journal of Financial Economics*, 2(1), 95-121.
- Bawa, V. S., & Lindenberg, E. B. (1977). Capital market equilibrium in a mean-lower partial moment framework. *Journal of Financial Economics*, 5(2), 189-200.
- Bertsimas, D., Pachamanova, D., (2008). Robust multiperiod portfolio management in the presence of transaction costs. *Computers and Operations Research* 35, 3-17.
- Calafiore, G. C., & Kharaman, F. (2014, March). Multi-period asset allocation with lower partial moment's criteria and affine policies. In *Computational*

- Intelligence for Financial Engineering & Economics (CIFEr), 2104 *IEEE Conference on* (pp. 100-106). IEEE.
- Celikyurt, U., Ozekici, S., (2007). Multi-period portfolio optimization models in stochastic markets using the mean-variance approach. *European Journal of Operational Research* 1, 186–202.
- Cui, X., Gao, J., Li, X., & Li, D. (2014). Optimal multi-period mean–variance policy under no-shorting constraint. *European Journal of Operational Research*, 234(2), 459-468.
- Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S., & Meyarivan, T. A. M. T. (2002). A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. *IEEE transactions on evolutionary computation*, 6(2), 182-197.
- Deng, X. T., Li, Z. F., & Wang, S. Y. (2005). A minimax portfolio selection strategy with equilibrium. *European Journal of operational research*, 166(1), 278-292.
- Estrada, J. (2002). Systematic risk in emerging markets: the D-CAPM. *Emerging Markets Review*, 3(4), 365-379.
- Fang, Y., & Post, T. (2019). Portfolio Optimization with Higher-order Stochastic Dominance Constraints. Available at SSRN 3376468.
- Fishburn, P. C. (1977). Mean-risk analysis with risk associated with below-target returns. *American economic Review*, 67(2)
- Fulga, C. (2015). Portfolio optimization under loss aversion. *European Journal of Operational Research. International Portfolio Diversification Benefits: The Relevance of Emerging Markets*
- Galagedera, D. U., & Brooks, R. D. (2007). Is co-skewness a better measure of risk in the downside than downside beta? Evidence in emerging market data. *Journal of Multinational Financial Management*, 17(3), 214-230
- Gökgöz, F., & Atmaca, M. E. (2017). Portfolio optimization under lower partial moments in emerging electricity markets: Evidence from Turkey. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 67, 437-449.
- Gulpınar, N., Rustem, B., Settergren, R., (2003). Multistage stochastic mean-variance portfolio analysis with transaction cost. *Innovations, in Financial and Economic Networks* 3, 46–63.

- Gulpinar, N., Rustem, B., (2007). Worst-case robust decisions for multi-period meanvariance portfolio optimization. *European Journal of Operational Research* 183,981–1000.
- Huang, X., & Qiao, L. (2012). A risk index model for multi-period uncertain portfolio selection. *Information Sciences*, 217, 108-116.
- Iqbal, J., Brooks, R., & Galagedera, D. U. (2007). Robust Tests of the Lower Partial Moment Asset Pricing Model in Emerging Markets (No. 25349). *University Library of Munich, Germany*.
- Jaaman, S. H., Lam, W. H., & Isa, Z. (2011). Higher moment portfolio management with downside risk. *American Journal of Social and Management Sciences*, 2(2), 220-224.
- Jarrow, R., & Zhao, F. (2006). Downside loss aversion and portfolio management. *Management Science*, 52(4), 558-566.
- Jin, H., Markowitz, H., & Yu Zhou, X. (2006). A note on semivariance. *Mathematical finance*, 16(1), 53-61.
- Konno, H., & Wijayanayake, A. (2001). Portfolio optimization problem under concave transaction costs and minimal transaction unit constraints. *Mathematical Program-ming*, 89(2), 233–250.
- Leippold, M., Trojani, F., & Vanini, P. (2004). A geometric approach to multiperiod mean variance optimization of assets and liabilities. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 28(6), 1079-1113.
- Li, D., Ng, W.L., (2000). Optimal dynamic portfolio selection: multiperiod meanvariance. *Formulation. Mathematical Finance* 10, 387–406.
- Liu, Y. J., & Zhang, W. G. (2015). A multi-period fuzzy portfolio optimization model with minimum transaction lots. *European Journal of Operational Research*, 242(3), 933-941.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The journal of finance*, 7(1), 77-91.
- Markowitz, Harry M. Portfolio Selection. (First Edition). New York: *John Wiley and Sons*, 1959.
- Mehrjoo, S., & Jasemi, M. Efficient Frontier and Lower Partial Moment of the First Order. (2012)
- Najafi, A. A., & Mushakhian, S. (2015). Multi-stage stochastic mean–semivariance–CVaR portfolio optimization under transaction costs. *Applied Mathematics and Computation*, 256, 445-458.

- Nawrocki, D. N. (1992). The characteristics of portfolios selected by n-degree lower partial moment. *International Review of Financial Analysis*, 1(3), 195-209.
- Nawrocki, D. N. (1999). A brief history of downside risk measures. *Journal of Investing*, 8, 9-25.
- Nawrocki, D., & Staples, K. (1989). A customized LPM risk measure for portfolio analysis. *Applied Economics*, 21, 205±218.
- Nesaz, H. H., Jasemi, M., & Monplaisir, L. (2020). A new methodology for multi-period portfolio selection based on the risk measure of lower partial moments. *Expert Systems with Applications*, 144, 113032.
- Pinar, M.C., (2007). Robust scenario optimization based on downside-risk measure for multi-period portfolio selection. *OR Spectrum* 29, 295–309.
- Sunoj, S. M. (2018). On Conditional Lower Partial Moments and Its Applications. *American Journal of Mathematical and Management Sciences*, 37(1), 14-32.
- Unser, M. (2000). Lower partial moments as measures of perceived risk: An experimental study. *Journal of Economic Psychology*, 21(3), 253-280.
- Viole, F., & Nawrocki, D. (2016). Predicting risk/return performance using upper partial moment/lower partial moment metrics. *Journal of Mathematical Finance*, 6(05), 900.
- Wei, S.Z., Ye, Z.X., (2007). Multi-period optimization portfolio with bankruptcy control in stochastic market. *Applied Mathematics and Computation* 186, 414–425
- Zhang, W. G., Liu, Y. J., & Xu, W. J. (2012). A possibilistic mean-semivariance-entropy model for multi-period portfolio selection with transaction costs. *European Journal of Operational Research*, 222(2), 341-349
- Zhang, P. (2014). Multi-period Possibilistic Mean Semivariance Portfolio Selection with Cardinality constraints and its Algorithm. *Journal of Mathematical Modelling and Algorithms in Operations research*, 1-15.

پیوست

جدول نتایج آزمون ریشه واحد سبد سرمایه گذاری ۱۵ سهمی

متغیر	مرتبه تفاضل	آماره-۴	سطح احتمال	عرض از مبدأ	روند	نتیجه
سهم ۱	۰	-۴,۹۲۱	۰,۰۰۰۰	دارد	دارد	مانا است
سهم ۲	۰	-۶,۶۸۱	۰,۰۰۰۰	دارد	دارد	مانا است
سهم ۳	۱	-۷,۶۸۱	۰,۰۰۰۰	دارد	دارد	مانا است
سهم ۴	۰	-۵,۶۹۲	۰,۰۰۰۰	دارد	دارد	مانا است
سهم ۵	۰۱	-۸,۹۳۲	۰,۰۰۰۰	دارد	دارد	مانا است
سهم ۶	۰	-۵,۱۵۸	۰,۰۰۰۰	دارد	دارد	مانا است
سهم ۷	۰	-۶,۴۵۷	۰,۰۰۰۰	دارد	دارد	مانا است
سهم ۸	۲	-۴,۱۲۷	۰,۰۰۰۰	دارد	دارد	مانا است
سهم ۹	۱	-۶,۳۸۶	۰,۰۰۰۰	دارد	دارد	مانا است
سهم ۱۰	۰	-۷,۵۳۸	۰,۰۰۰۰	دارد	دارد	مانا است
سهم ۱۱	۱	-۶,۴۸۶	۰,۰۰۰۰	دارد	دارد	مانا است
سهم ۱۲	۰	-۵,۴۱۳	۰,۰۰۰۰	دارد	دارد	مانا است
سهم ۱۳	۱	-۸,۱۶۵	۰,۰۰۰۰	دارد	دارد	مانا است
سهم ۱۴	۱	-۵,۱۰۲	۰,۰۰۰۰	دارد	دارد	مانا است
سهم ۱۵	۱	-۷,۳۲۰	۰,۰۰۰۰	دارد	دارد	مانا است

جدول نتایج آزمون ARCH سید سرمایه‌گذاری ۱۵ سهمی

متغیر	آماره F	احتمال (۱،۹۷)	مشاهدات R^2 *	احتمال کای-2
سهم ۱	۶،۲۵۸۴	۰،۰۱۲۱	۶،۰۲۸۲	۰،۰۱۱۸
سهم ۲	۸،۴۶۸۱	۰،۰۰۳۶	۸،۱۷۵۶	۰،۰۰۳۲
سهم ۳	۴،۵۳۲۷	۰،۰۱۳۵	۴،۱۰۲۸	۰،۰۱۳۲
سهم ۴	۸،۹۶۵۷	۰،۰۰۴۱	۸،۵۹۷۷	۰،۰۰۳۹
سهم ۵	۶،۹۵۳۸	۰،۰۱۰۳	۶،۵۶۹۰	۰،۰۰۹۸
سهم ۶	۸،۶۵۸۴	۰،۰۰۴۷	۸،۴۲۵۹	۰،۰۰۴۳
سهم ۷	۶،۸۹۲۱	۰،۰۱۵۶	۶،۶۹۱۲	۰،۰۱۵۲
سهم ۸	۴،۹۶۵۸	۰،۰۴۲۵	۴،۷۹۲۳	۰،۰۴۲۳
سهم ۹	۴،۱۴۶۲	۰،۰۴۱۶	۳،۹۸۲۴	۰،۰۴۱۳
سهم ۱۰	۶،۹۵۱۴	۰،۰۱۰۳	۶،۸۰۲۱	۰،۰۰۹۸
سهم ۱۱	۸،۱۵۷۹	۰،۰۰۳۶	۸،۰۲۳۵	۰،۰۰۳۲
سهم ۱۲	۶،۸۵۴۱	۰،۰۱۱۹	۶،۵۹۸۲	۰،۰۱۱۶
سهم ۱۳	۶،۸۵۱۷	۰،۰۱۱۸	۶،۵۸۱۶	۰،۰۱۱۵
سهم ۱۴	۸،۵۶۸۲	۰،۰۰۳۹	۸،۳۵۶۴	۰،۰۰۳۶
سهم ۱۵	۵،۶۸۱۲	۰،۰۳۵۸	۵،۴۸۷۵	۰،۰۵۴

جدول نتایج مراتب بهینه ARIM و GARCH سید سرمایه‌گذاری ۱۵ سهمی

مراتب بهینه GARCH					مراتب بهینه ARIMA					متغیر
مقدار بهینه n	مقدار بهینه m	R^2	SIC	AIC	مقدار بهینه q	مقدار بهینه P	R^2	SIC	AIC	
۱	۰	۰،۰۰۵	-۴،۶۹	-۴،۵۶	۱	۰	۰،۱۴۸	-۳،۴۸	-۳،۵۹	سهم ۱
۱	۱	۰،۰۰۹	-۵،۷۷	-۵،۶۸	۱	۱	۰،۲۶۱	-۴،۴۶	-۴،۵۲	سهم ۲
۱	۰	۰،۰۰۲	-۴،۲۴	-۴،۱۲	۲	۱	۰،۱۲۷	-۵،۵۹	-۵،۶۸	سهم ۳
۱	۱	۰،۰۰۸	-۵،۶۹	-۴،۵۲	۲	۰	۰،۲۱۵	-۴،۱۶	-۴،۲۵	سهم ۴
۱	۰	۰،۰۱۰	-۳،۲۲	-۳،۰۵	۱	۱	۰،۱۴۳	-۳،۵۱	-۳،۵۹	سهم ۵
۱	۱	۰،۰۰۵	-۵،۸۱	-۵،۶۹	۱	۰	۰،۲۵۹	-۵،۱۶	-۵،۲۴	سهم ۶
۱	۱	۰،۰۱۲	-۴،۹۸	-۴،۸۴	۰	۱	۰،۱۲۵	-۴،۴۹	-۴،۵۸	سهم ۷
۱	۰	۰،۰۰۹	-۳،۵۲	-۳،۴۱	۱	۱	۰،۱۱۵	-۵،۲۹	-۵،۳۶	سهم ۸
۲	۱	۰،۰۰۵	-۴،۶۹	-۴،۵۸	۱	۰	۰،۲۵۴	-۴،۴۶	-۴،۵۲	سهم ۹
۰	۱	۰،۰۰۶	-۵،۳۰	-۵،۱۸	۱	۰	۰،۲۳۷	-۵،۴۹	-۵،۵۸	سهم ۱۰
۱	۱	۰،۰۰۸	-۴،۱۵	-۴،۰۲	۱	۱	۰،۱۵۸	-۵،۱۲	-۵،۲۰	سهم ۱۱
۲	۱	۰،۰۱۰	-۵،۶۲	-۵،۴۹	۱	۲	۰،۰۹۸	-۵،۱۸	-۵،۲۷	سهم ۱۲
۱	۰	۰،۰۰۸	-۳،۶۳	-۳،۵۲	۰	۱	۰،۲۵۹	-۴،۷۶	-۴،۸۷	سهم ۱۳
۱	۰	۰،۰۰۵	-۳،۹۵	-۳،۷۸	۱	۰	۰،۱۵۷	-۴،۴۰	-۴،۴۷	سهم ۱۴
۰	۱	۰،۰۰۶	-۴،۹۶	-۴،۸۱	۲	۱	۰،۱۸۴	-۵،۲۸	-۵،۳۷	سهم ۱۵

جدول نتایج آزمون ریشه واحد سبد سرمایه گذاری ۲۵ سهمی

متغیر	مرتبه تفاضل	آماره-t	سطح احتمال	عرض از مبدأ	روند	نتیجه
سهم ۱	۱	-۷,۵۸۶۹	۰,۰۰۰۰	دارد	دارد	مانا است
سهم ۲	۰	-۴,۵۹۲۱	۰,۰۰۰۰	دارد	دارد	مانا است
سهم ۳	۱	-۶,۸۹۱۵	۰,۰۰۰۰	دارد	دارد	مانا است
سهم ۴	۰	-۶,۰۱۵۷	۰,۰۰۰۰	دارد	دارد	مانا است
سهم ۵	۰	-۴,۵۸۷۱	۰,۰۰۰۰	دارد	دارد	مانا است
سهم ۶	۰	-۷,۱۵۱۲	۰,۰۰۰۰	دارد	دارد	مانا است
سهم ۷	۱	-۶,۵۲۶۸	۰,۰۰۰۰	دارد	دارد	مانا است
سهم ۸	۱	-۸,۱۴۹۵	۰,۰۰۰۰	دارد	دارد	مانا است
سهم ۹	۲	-۸,۴۰۹۵	۰,۰۰۰۰	دارد	دارد	مانا است
سهم ۱۰	۰	-۷,۵۸۱	۰,۰۰۰۰	دارد	دارد	مانا است
سهم ۱۱	۱	-۶,۵۹۱۰	۰,۰۰۰۰	دارد	دارد	مانا است
سهم ۱۲	۲	-۶,۴۸۵۱	۰,۰۰۰۰	دارد	دارد	مانا است
سهم ۱۳	۰	-۴,۵۸۱۲	۰,۰۰۰۰	دارد	دارد	مانا است
سهم ۱۴	۱	-۵,۷۸۱۶	۰,۰۰۰۰	دارد	دارد	مانا است
سهم ۱۵	۰	-۶,۷۸۴۸	۰,۰۰۰۰	دارد	دارد	مانا است
سهم ۱۶	۰	-۴,۸۹۵۹	۰,۰۰۰۰	دارد	دارد	مانا است
سهم ۱۷	۱	-۵,۶۸۷۵	۰,۰۰۰۰	دارد	دارد	مانا است
سهم ۱۸	۰	-۸,۴۶۱۴	۰,۰۰۰۰	دارد	دارد	مانا است
سهم ۱۹	۱	-۷,۸۴۵۶	۰,۰۰۰۰	دارد	دارد	مانا است
سهم ۲۰	۲	-۶,۰۲۳۸	۰,۰۰۰۰	دارد	دارد	مانا است
سهم ۲۱	۰	-۵,۶۵۹۹	۰,۰۰۰۰	دارد	دارد	مانا است
سهم ۲۲	۲	-۷,۶۲۰۳	۰,۰۰۰۰	دارد	دارد	مانا است
سهم ۲۳	۰	-۵,۷۵۴۸	۰,۰۰۰۰	دارد	دارد	مانا است
سهم ۲۴	۱	-۶,۴۸۵۱	۰,۰۰۰۰	دارد	دارد	مانا است
سهم ۲۵	۱	-۷,۱۶۵۲	۰,۰۰۰۰	دارد	دارد	مانا است

جدول نتایج آزمون ARCH سبب سرمایه‌گذاری ۲۵ سهمی

متغیر	آماره-F	احتمال (۱،۹۷)	مشاهدات R^2	احتمال کای-۲
سهم ۱	۶،۷۷۶۲	۰،۰۱۷۳	۶،۵۴۶۰	۰،۰۱۷۰
سهم ۲	۹،۴۰۸۱	۰،۰۱۳۰	۹،۱۱۵۶	۰،۰۱۲۶
سهم ۳	۴،۹۹۴۴	۰،۰۱۸۱	۴،۵۶۴۵	۰،۰۱۷۸
سهم ۴	۹،۱۴۵۱	۰،۰۰۵۹	۸،۷۷۷۱	۰،۰۰۵۷
سهم ۵	۷،۳۷۸۰	۰،۰۱۴۵	۶،۹۹۳۲	۰،۰۱۴۰
سهم ۶	۸،۷۴۵۴	۰،۰۰۵۶	۸،۵۱۲۹	۰،۰۰۵۲
سهم ۷	۷،۸۸۳۰	۰،۰۲۵۵	۷،۶۸۲۱	۰،۰۲۵۱
سهم ۸	۵،۷۶۹۰	۰،۰۵۰۵	۵،۵۹۵۵	۰،۰۵۰۳
سهم ۹	۴،۴۹۶۸	۰،۰۴۵۱	۴،۳۳۳۰	۰،۰۴۴۸
سهم ۱۰	۷،۲۷۸۹	۰،۰۱۳۶	۷،۱۲۹۶	۰،۰۱۳۱
سهم ۱۱	۹،۰۷۴۸	۰،۰۱۲۸	۸،۹۴۰۴	۰،۰۱۲۴
سهم ۱۲	۷،۵۲۶۲	۰،۰۱۸۶	۷،۲۷۰۳	۰،۰۱۸۳
سهم ۱۳	۷،۳۷۹۴	۰،۰۱۷۱	۷،۱۰۹۳	۰،۰۱۶۸
سهم ۱۴	۹،۱۶۸۶	۰،۰۰۹۹	۸،۹۵۶۸	۰،۰۰۹۶
سهم ۱۵	۶،۴۹۷۵	۰،۰۴۴۰	۶،۳۰۳۸	۰،۰۶۲۲
سهم ۱۶	۹،۹۳۱۸	۰،۰۱۳۸	۹،۵۶۳۸	۰،۰۱۳۶
سهم ۱۷	۷،۵۲۶۲	۰،۰۱۶۰	۷،۱۴۱۴	۰،۰۱۵۵
سهم ۱۸	۸،۹۷۴۱	۰،۰۰۷۹	۸،۷۴۱۶	۰،۰۰۷۵
سهم ۱۹	۷،۳۳۵۲	۰،۰۲۰۰	۷،۱۳۴۳	۰،۰۱۹۶
سهم ۲۰	۵،۷۴۷۴	۰،۰۵۰۳	۵،۵۷۳۹	۰،۰۵۰۱
سهم ۲۱	۸،۷۰۷۰	۰،۰۰۹۱	۸،۵۷۲۶	۰،۰۰۸۷
سهم ۲۲	۷،۳۱۶۲	۰،۰۱۶۵	۷،۰۶۰۳	۰،۰۱۶۲
سهم ۲۳	۷،۳۴۵۸	۰،۰۱۶۷	۷،۰۷۵۷	۰،۰۱۶۴
سهم ۲۴	۸،۵۶۸۵	۰،۰۰۳۹	۸،۳۵۶۷	۰،۰۰۳۶
سهم ۲۵	۶،۰۹۸۴	۰،۰۴۰۰	۵،۹۰۴۷	۰،۰۵۸۲

جدول نتایج مراتب بهینه ARIM و GARCH سبب سرمایه گذاری ۲۵ سهمی

مراتب بهینه GARCH						مراتب بهینه ARIMA					
مقدار p	مقدار m	R ²	SIC	AIC	مقدار q	مقدار	R ²	SIC	AIC	مقدار	سهم
۱	۱	۰,۰۰۴۵-	۴,۶۴۴-	۴,۴۵۴-	۱	۱	۰,۱۴۸-	۳,۳۵۴-	۳,۵۴۴-	۱	سهم ۱
۱	۱	۰,۰۰۰۰	۴,۸۶۵-	۴,۷۷۵-	۱	۰	۰,۲۵۲-	۳,۴۹۵-	۳,۶۱۵-	۲	سهم ۲
۱	۱	۰,۰۰۷۴	۳,۲۹۶-	۳,۱۷۶-	۱	۱	۰,۱۱۸-	۴,۵۵۶-	۴,۷۳۶-	۳	سهم ۳
۱	۱	۰,۰۰۰۵-	۴,۹۳۹-	۳,۷۶۹-	۰	۲	۰,۲۰۷-	۳,۴۰۹-	۳,۴۹۹-	۴	سهم ۴
۲	۱	۰,۰۰۵۲-	۲,۷۴۴-	۲,۵۷۴-	۱	۱	۰,۱۳۸-	۳,۰۳۴-	۳,۱۱۴-	۵	سهم ۵
۱	۰	۰,۰۰۳۰	۵,۰۱۴-	۴,۸۹۴-	۰	۱	۰,۲۵۱-	۴,۳۶۴-	۴,۴۴۴-	۶	سهم ۶
۱	۱	۰,۰۰۵۶-	۴,۳۳۶-	۴,۱۹۶-	۱	۰	۰,۱۱۹-	۳,۸۴۶-	۳,۹۳۶-	۷	سهم ۷
۱	۱	۰,۰۰۰۷-	۲,۶۹۳-	۲,۵۸۳-	۱	۰	۰,۱۰۷-	۴,۴۶۳-	۴,۵۳۳-	۸	سهم ۸
۱	۱	۰,۰۰۴۲-	۴,۶۰۸-	۴,۴۹۸-	۰	۲	۰,۲۵۳-	۴,۳۷۸-	۴,۴۳۸-	۹	سهم ۹
۱	۰	۰,۰۰۴۷-	۵,۱۶۸-	۵,۰۴۸-	۱	۰	۰,۲۳۶-	۵,۳۵۸-	۵,۳۶۸-	۱۰	سهم ۱۰
۱	۰	۰,۰۰۷۲-	۴,۰۷۴-	۳,۹۴۴-	۱	۱	۰,۱۵۷-	۵,۰۴۴-	۵,۱۲۴-	۱۱	سهم ۱۱
۰	۱	۰,۰۰۷۵-	۵,۳۷۳-	۵,۲۴۳-	۱	۰	۰,۰۹۶-	۴,۹۳۳-	۵,۰۲۳-	۱۲	سهم ۱۲
۱	۱	۰,۰۰۲۷-	۳,۰۹۷-	۲,۹۸۷-	۱	۱	۰,۲۵۴-	۴,۲۲۷-	۴,۲۶۷-	۱۳	سهم ۱۳
۱	۱	۰,۰۰۳۰	۳,۱۴۶-	۲,۹۷۶-	۱	۱	۰,۱۴۹-	۳,۵۹۶-	۳,۶۶۶-	۱۴	سهم ۱۴
۱	۰	۰,۰۰۰۰	۲,۲۲۲-	۲,۰۵۲-	۰	۱	۰,۱۳۳-	۲,۵۱۲-	۲,۵۹۲-	۱۵	سهم ۱۵
۰	۱	۰,۰۰۴۵-	۵,۷۶۰-	۵,۶۴۰-	۱	۱	۰,۲۵۹-	۵,۱۱۰-	۵,۱۹۰-	۱۶	سهم ۱۶
۱	۱	۰,۰۰۵۷-	۴,۳۴۷-	۴,۲۰۷-	۲	۰	۰,۱۱۹-	۳,۸۵۷-	۳,۹۴۷-	۱۷	سهم ۱۷
۱	۱	۰,۰۰۳۴-	۴,۱۱۶-	۳,۹۷۶-	۱	۱	۰,۱۱۶-	۳,۶۲۶-	۳,۷۱۶-	۱۸	سهم ۱۸
۱	۱	۰,۰۰۲۷-	۲,۸۹۰-	۲,۷۸۰-	۱	۰	۰,۱۰۹-	۴,۶۶۰-	۴,۷۳۰-	۱۹	سهم ۱۹
۰	۱	۰,۰۰۲۲-	۴,۴۱۳-	۴,۳۰۳-	۱	۰	۰,۲۵۱-	۴,۱۸۳-	۴,۲۴۳-	۲۰	سهم ۲۰
۱	۱	۰,۰۰۱۴-	۵,۰۱۳-	۴,۹۲۳-	۱	۰	۰,۲۵۳-	۳,۶۴۳-	۳,۷۶۳-	۲۱	سهم ۲۱
۱	۱	۰,۰۰۵۵	۳,۴۸۹-	۳,۳۶۹-	۰	۱	۰,۱۱۹-	۴,۷۴۹-	۴,۹۲۹-	۲۲	سهم ۲۲
۱	۰	۰,۰۰۱۵-	۲,۷۷۴-	۲,۶۶۴-	۱	۲	۰,۱۰۸-	۴,۵۴۴-	۴,۶۱۴-	۲۳	سهم ۲۳
۱	۱	۰,۰۰۴۴	۳,۷۴۷-	۳,۶۳۷-	۱	۰	۰,۲۴۵-	۳,۵۱۷-	۳,۵۷۷-	۲۴	سهم ۲۴
۰	۱	۰,۰۰۱۹-	۳,۰۱۶-	۲,۹۰۶-	۲	۱	۰,۲۵۳-	۴,۱۴۶-	۴,۱۸۶-	۲۵	سهم ۲۵

COPYRIGHTS



This is an open access article under the CC BY-NC 4.0 license.