

Estimation of Cardinality-Constrained Portfolio efficiency Via Segmented DEA in the Iran Capital Market¹

Meysam Doaei², Mahdi Eslahi³

Received: 2023/04/06

Accepted: 2023/09/12

Research Paper

Abstract

The purpose of this study is to determine the efficiency limit and evaluate the performance of the stock portfolio in issues with numerical limitations in the Tehran Stock Exchange and IRAN Farabors in the year 1398, using the data envelopment analysis method. The efficient frontier in the issue of stock portfolios with numerical constraints is discrete and asymmetric. It is not possible to use the data envelopment analysis model. In this study, the efficient boundary is categorized into several continuous boundaries, and the "data envelopment analysis" model is used. For this purpose, first, the beginning and end points of each continuous boundary are determined as "data segment points" based on the proposed algorithm, and then the data envelopment analysis model is used for each continuous interval. 188 stock exchange and OTC symbols listed in the Tehran Stock Exchange and IRAN Farabors were examined in 1398, and with the limitation of selecting 5 to 10 stocks from 188 stocks based on different weights (total stock weight equal to 1), the efficient limit of the stock portfolio was determined. Due to the lack of fast and accurate computational methods in determining the efficiency limit of stock portfolio with numerical constraints, data envelopment analysis method to determine the efficiency limit and evaluate stock portfolio performance of particle swarm algorithm, genetic algorithm, and imperialist competition algorithm And the efficient border can be drawn and used.

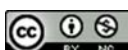
Key Words: Data Envelopment Analysis, Performance Evaluation, Cardinality-Constrained Portfolio Selection.

JEL Classification: G21.

1. doi: 10.22034/JSE.2022.11935.1957

2. Assistant Professor, Department of Finance, Esfaryen Branch, Islamic Azad University, Esfaryen, Iran. (Corresponding Author). (me.doaei@iau.ac.ir).

3. M.Sc. Department of Industrial Engineering, Asrar Institute of Higher Education, Mashhad, Iran.





سازمان بورس و اوراق بهادار، مرکز پژوهش، توسعه و مطالعات اسلامی
فصلنامه بورس و اوراق بهادار، سال شانزدهم، شماره ۶۳، پاییز ۱۴۰۲، صص ۱۹۴-۱۶۹

ارزیابی کارایی سبد سهام محدود شده عددی با استفاده از تحلیل پوششی داده های بخشی در بازار سرمایه ایران^۱

میثم دعائی^۲، مهدی اصلاحی^۳

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۱/۱۷

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۶/۲۱

مقاله پژوهشی

چکیده

هدف از این پژوهش، تعیین مرز کارا و ارزیابی عملکرد سبد سهام در مسائل با محدودیت عددی در شرکت های پذیرفته شده در بازار سرمایه ایران (بورس اوراق بهادار تهران و فرابورس ایران) در سال ۱۳۹۸، با استفاده از روش تحلیل پوششی داده ها است. مرز کارا، در این مسائل، گسسته و نامقعر است و امکان استفاده از مدل تحلیل پوششی داده ها وجود ندارد. بنابراین مرز کارا به چند مرز پیوسته دسته بندی شده و از مدل «تحلیل پوششی داده های بخشی» استفاده شده است. به این منظور ابتدا نقاط ابتدا و انتهای هر مرز پیوسته با عنوان «نقاط بخشی داده» بر اساس الگوریتم ارائه شده تعیین می شود و سپس مدل تحلیل پوششی داده ها برای هر بازه پیوسته، استفاده شده است. یافته ها با توجه به عدم وجود روش محاسباتی دقیق در تعیین مرز کارا با محدودیت های عددی، در انتخاب تعداد مشخص سهام از ۱۸۸ سهام (به عنوان مثال انتخاب ۵ سهام) الگوریتم ازدحام ذرات ضعیف بوده و روش تحلیل پوششی داده های بخشی، عملکرد مناسب تری دارد. با تعیین مرز کارا، کارایی و عملکرد سبد سهام در طول سال ۱۳۹۸، محاسبه شد. نقطه متناظر هر سبد دلخواه (با مختصات بازده و ریسک) در نمودار مشخص و بر اساس فاصله آن نقطه تا مرز کارا، کارایی سبد مشخص می شود.

واژه های کلیدی: تحلیل پوششی داده ها، ارزیابی عملکرد، انتخاب سبد سهام با محدودیت های عددی.

طبقه بندی موضوعی: G21.

doi: 10.22034/JSE.2022.11935.1957

۱. استادیار، گروه مدیریت مالی، واحد اسفراین، دانشگاه آزاد اسلامی، اسفراین، ایران. (نویسنده مسئول). (me.doaei@iau.ac.ir).

۲. کارشناسی ارشد، مهندسی صنایع، موسسه آموزش عالی اسرار، مشهد، ایران. (m.eslahi90@gmail.com).

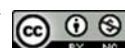
حق انتشار این مستند متعلق به نویسندگان آن است. ۱۴۰۲ ©. ناشر این مقاله، سازمان بورس و اوراق بهادار است.

این مقاله تحت گواهی زیر منتشر شده و هر نوع استفاده غیرتجاری از آن مشروط بر استناد صحیح به مقاله و با

رعایت شرایط مندرج در آدرس زیر مجاز است.

Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International license

(https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)



مقدمه

سبد سهام به ترکیبی از دارایی و سرمایه‌ها گفته می‌شود که از طریق سرمایه‌گذار، برای سرمایه‌گذاری جمع‌آوری می‌شود. در بهینه‌سازی سبد سهام، مسئله مهم، انتخاب دارایی‌های بهینه و اوراق بهاداری است که می‌توان با مقدار مشخصی سرمایه جمع‌آوری کرد (ابوالفتحی، ۱۳۹۵). بر اساس نظریه پرتفو، مارکوویتز^۱ بیان کرد که سرمایه‌گذاران در سطح معینی از ریسک، به دنبال بازدهی بالاتر و در سطح معینی از بازدهی به دنبال ریسک پایین‌تری هستند. از این جهت، یکی از مهم‌ترین مسائل موجود در تشکیل سبد سهام، تعیین وزن یا نسبت بهینه‌ای از سهام‌های موجود در سبد سهام با هدف کاهش ریسک است. او با معرفی مرز کارایی، به سرمایه‌گذاران در انتخاب ریسک‌های مختلف یاری رساند. مارکوویتز در مدلش از دو شاخص ریسک و بازده به همراه محدودیت‌های بودجه سرمایه‌گذاری در قالب برنامه‌ریزی درجه دو استفاده کرد (مارکوویتز، ۱۹۵۲).

ارزیابی عملکرد سبد سهام همیشه از موضوعات مورد بحث پژوهشگران بوده است (مصطفایی و دعائی، ۱۴۰۰). علاوه بر معیارهای عملکردی شناخته شده، شاخص ترینر^۲، شاخص شارپ^۳ و شاخص جانسن^۴ که هنوز هم در حال استفاده هستند، رویکرد تعیین مرز کارا سبد سهام مهمترین ایده‌ای است که در ارزیابی عملکرد سبد سهام استفاده می‌شود. یک فرض مهم این است که با توجه به نظریه کلاسیک مارکوویتز، سرمایه‌گذاران سبد سهام خود را با تمام دارایی‌های موجود در بازار طراحی می‌کنند. با این حال، پژوهش‌های گسترده نشان می‌دهد که بسیاری از سرمایه‌گذاران ترجیح می‌دهند تعدادی از دارایی‌های خود را محدود کنند (گتزمان و کومار^۵، ۲۰۰۸؛ گویدالینا و اسپووک^۶، ۲۰۰۹). چنین شکافی بین ایده و واقعیت، پژوهشگران فراوانی را برای مطالعه مسئله مجاب می‌کند که مسئله میانگین - واریانس با محدودیت‌های عددی^۷ را انتخاب کنند. هنگام ارزیابی عملکرد سبد سهام، مرز میانگین - واریانس با

1. Markowits, 1952

2. Treynor, 1965

3. Sharpe, 1966

4. Jensen, 1968

5. Goetzman and Kumar

6. Gubaydullina and Spiwoks

7. Cardinality constrained mean-variance (CCMV)

محدودیت‌های عددی مورد نیاز است، زیرا رویکرد مرزی سبد سهام با مقایسه فاصله‌ها تا مرز کارایی حاصل می‌شود (ژونگباو ژو^۱ و همکاران، ۲۰۱۷).

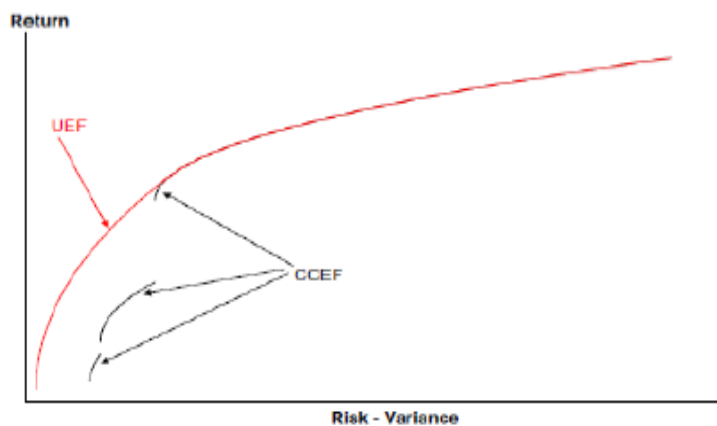
مارینگر (۲۰۰۱) بیان کرد که تعیین مرز کارایی سبد سهام با محدودیت‌های عددی با روش‌های محاسبه دقیق، کاری سخت و پیچیده و زمان‌بر است. به عنوان مثال چنانچه هدف، انتخاب ۱۰ دارایی از بین ۱۰۰ دارایی باشد و وزن دارایی‌ها به اینگونه فرض می‌شود که بتواند تنها بصورت مضربی از ۱۰٪ تغییر کند (یعنی اعداد ۰، ۱۰٪، ۲۰٪، ...، ۱۰۰٪) مساله دارای $10^{10} * \binom{100}{10}$ حالت ممکن می‌شود. با فرض اینکه پردازنده کامپیوتر قادر باشد که یک میلیون محاسبه را در یک ثانیه انجام دهد، برای پردازش این تعداد حالت ممکن به $1.32 * 10^{11}$ سال لازم است یعنی چیزی در حدود ۱۰ برابر عمر جهان هستی. در صورتی که فرض گردد تعداد دارایی‌هایی که باید در سبد سهام وارد شوند از ۱۰ عدد به ۱۱ عدد افزایش یابد و وزن دارایی‌ها بتواند بصورت مضربی از ۵٪ تغییر کند این زمان به بیش از ۲۲۳ برابر عمر عالم هستی افزایش خواهد یافت.

بدین منظور برای محاسبه مرز کارایی سبد سهام با محدودیت عددی از روش‌های فراابتکاری استفاده می‌شود. در ایران از روش‌های الگوریتم بیگ بنگ^۲ (علی نژاد، ۱۳۹۳)، ازدحام ذرات^۳ (راعی، ۱۳۸۹)، ممیتیک^۴ (دستخوان، ۱۳۹۲)، کرم میوه^۵ (امینی، ۱۳۹۵)، ژنتیک^۶ (تقوی، ۱۳۸۶)، مورچگان^۷ (اسلامی بیدگلی، ۱۳۸۸) و گرگ خاکستری^۸ (دعائی و همکاران، ۲۰۲۱) در این خصوص استفاده شده است.

در پژوهش‌های اخیر از مدل‌های تجزیه و تحلیل پوششی داده کلاسیک^۹، در ارزیابی عملکرد و رتبه‌بندی سبد سهام استفاده شده است. متأسفانه، هنگامی که به مسئله انتخاب سبد سهام محدود شده عددی می‌رسیم، مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها برای محاسبه کارایی سبد سهام^{۱۰} مناسب نیست. زیرا حد واقعی مطابق با شکل ۱ گسسته و نامقعر است. برای حل این

-
1. Zhongbao Zhou
 2. Big bang-Big crunch
 3. Particle Swarm Optimiziation
 4. Memetic
 5. Fly Optimization
 6. Genetic
 7. Ant Colony Algorithm
 8. Grey wolf optimization
 9. Data Envelopment Analysis
 10. Portfolio efficiency

مشکل، رویکرد تحلیل پوششی داده بخشی^۱ براساس نقاط بخشی داده^۲، پیشنهاد می شود. بنابراین الگوریتم جستجویی معرفی شده تا نقاط بخشی واقعی^۳ تعیین شود و ثابت شده که معتبر است. در هر قسمت، مرز پیوسته و مقعر است از این رو، مدل تحلیل پوششی داده های کلاسیک می تواند برای ارزیابی کارایی سبد سهام استفاده شود (ژونگبائو ژو و همکاران، ۲۰۱۷). پس در این پژوهش به دنبال پاسخ به این پرسش هستیم که آیا از روش تحلیل پوششی داده بخشی می توان برای تعیین مرز کارایی، ارزیابی و عملکرد سبد سهام در مسائل با محدودیت عددی استفاده کرد و در این صورت، مرز کارا چگونه خواهد بود؟



شکل ۱. مرز کارایی استاندارد (UEF)^۴ و محدود شده (CCEF)^۵ سبد سهام
منبع: اوریاکھی، ۲۰۱۱

مبانی نظری

برای کارایی^۷ تعاریف متنوعی ارائه شده است که به طور کلی عبارت از نسبت ستاده به داده است و به چگونگی استفاده از منابع و مدیریت صحیح آنها توجه دارد، در حالی که اگر در

1. Segmented DEA
2. Data segment points
3. Real segment points
4. Unconstrained Efficient Frontier
5. Cardinality Constrained Efficient Frontier
6. Woodside-Oriakhi
7. Efficiency

یک واحد تصمیم‌گیری چند ورودی و چند خروجی وجود داشته باشد، کارایی، خارج قسمت مجموع موزون خروجی‌ها به مجموع موزون ورودی‌ها است (پاجرس و لویز^۱، ۲۰۱۴).

در سال‌های گذشته، مدل‌های مرزی ناپارامتریک نظیر تحلیل پوششی داده‌ها از طریق اندازه‌گیری کارایی به عنوان مدل‌های محک زنی و ارزیابی سبد سهام معرفی شده است که می‌تواند در حل این مشکل موثر باشند (بریس^۲، ۲۰۰۴).

به این دلیل که تحلیل پوششی داده‌ها، الگوی خطی ریاضی است و دارای انعطاف‌پذیری در الگوبندی کردن اولویت‌ها و روش‌های تجزیه و تحلیل چند معیاره است، پیچیدگی محاسباتی در آن، نسبت به الگوی برنامه‌ریزی خطی درجه دوم مارکوئیتز به مراتب، کمتر است. این رویکرد، در الگوهای با چندین معیار ارزیابی ورودی و خروجی در مقیاس‌های مختلف به کار گرفته می‌شود، همچنین این اجازه را به تصمیم‌گیرندگان می‌دهد که داده‌های کیفی و مبهم را با داده‌های کمی ترکیب کنند (الیت^۳ و دیگران، ۲۰۰۶).

تحلیل پوشش داده‌ها، یک روش برنامه‌ریزی ریاضی، برای ارزیابی کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده‌ای^۴ است که چندین ورودی و چندین خروجی دارند. با توجه به اهمیت ارزیابی عملکرد شرکت، محاسبه کارایی همواره مورد توجه پژوهشگران بوده است (دعائی و همکاران، ۲۰۱۷). فارل^۵ با استفاده از روشی همانند اندازه‌گیری کارایی در مباحث مهندسی، به اندازه‌گیری کارایی برای واحد تولیدی اقدام کرد. موردی که فارل برای اندازه‌گیری کارایی مد نظر قرار داد؛ شامل یک ورودی و یک خروجی بود. چارنز^۶، کوپر^۷ و رودز^۸ دیدگاه فارل را توسعه دادند و الگویی را ارائه کردند که توانایی اندازه‌گیری کارایی با چندین ورودی و خروجی را داشت. این الگو، تحت عنوان تحلیل پوششی داده‌ها، نام گرفت (مهرگان، ۱۳۸۳).

محمد تقی و همکاران (۱۳۸۶) در پژوهشی به ارائه الگوریتم فرا ابتکاری برای انتخاب سبد سهام با در نظر گرفتن محدودیت‌های عدد صحیح پرداختند و توانستند به وسیله الگوریتم ژنتیک پیشنهادی، مسئله سبد سهام با محدودیت عدد صحیح را با داده‌های واقعی شرکت‌های

1. Pajares & López

2. Briec

3. Eilat

4. DMUs

5. Farrel

6. Charnes

7. Cooper

8. Rohdes

داخلی و خارجی حل کنند. در این پژوهش نمودار مرز کارای انتخاب ۱۰ سهم از ۵۰ سهم، ۲۰ سهم از ۵۰ سهم و ۴۰ سهم از ۵۰ سهم ترسیم شد.

اسلامی بیدگلی و همکاران (۱۳۸۸) به حل مسئله بهینه‌سازی سبد سهام با محدودیت های عددی با استفاده از الگوریتم مورچگان پرداخته‌اند. نتایج پژوهش نشان می‌دهد که مطابق نظر برخی از اندیشمندان مالی، می‌توان سبد سهام کوچکی از دارایی‌ها را تشکیل داد که عملکردی به خوبی سبد سهام بسیار متنوع داشته باشند. افزون بر آن نتایج پژوهش نشان دهنده نزولی بودن مشارکت نهایی سهام اضافی در تنوع سبد سهام است. به این معنی که بعد از رسیدن به حدی معین، افزودن سهام جدید تاثیری در تنوع سبد سهام و افزایش عملکرد تعدیل شده بر حسب ریسک آن ندارد. در این پژوهش ۱۰۰ سهم مورد بررسی قرار گرفت و تعداد سهام بهینه ۲۳ سهم تعیین شد.

راعی و علی بیکی (۱۳۸۹) در پژوهشی بهینه‌سازی سبد سهام را با استفاده از روش حرکت تجمعی ذرات انجام دادند. پژوهشگران مسئله بهینه‌سازی سبد سهام (مدل میانگین واریانس) را با استفاده از روش بهینه‌سازی حرکت تجمعی ذرات حل کردند. بدین منظور با استفاده از اطلاعات قیمت ۲۰ سهم پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران در فاصله زمانی مهر ۱۳۸۵ تا شهریور ۱۳۸۷ مرز کارای سرمایه‌گذاری رسم می‌شود. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد، روش بهینه‌سازی حرکت تجمعی ذرات در بهینه‌سازی سبد سهام با وجود محدودیت های بازار موفق است.

دستخوان و مهمی (۱۳۹۲) بکارگیری الگوریتم ممتیک در حل مسئله انتخاب سبد بهینه سهام با محدودیت حداقل اندازه مبادله را انجام دادند. در این مقاله، یک مدل انتخاب سبد سهام بر مبنای اندازه ریسک واریانس و با در نظر گرفتن محدودیتهای صحیح بودن اندازه مبادله و حداکثر و حداقل تعداد سهام در سبد، با استفاده از الگوریتم فراابتکاری ممتیک حل شده است. برای نمایش کارایی الگوریتم، یک مثال عددی متشکل از یک سبد ۳۰ سهمی در بازار بورس تهران ارائه شده است. نتایج حاصل از پژوهش نشان داد که الگوریتم ممتیک کارایی خود را در حل مساله انتخاب سبد بهینه مانند سایر مسائل بهینه‌سازی ترکیبی نشان می‌دهد.

علی‌نژاد (۱۳۹۳) در پژوهش خود از مدل میانگین-واریانس مارکویتز به همراه محدودیتهای عدد صحیح و همچنین یک رویکرد فرا ابتکاری جدید با الگوریتم

big bang – big crunch برای تشکیل سبد سهام استفاده کرد. در این مطالعه با عنوان " بهینه سازی سبد سهام با استفاده از الگوریتم big bang – big crunch " الگوریتم مورد استفاده در این پژوهش با سایر الگوریتم‌های فراابتکاری نظیر الگوریتم شبیه سازی تبریدی^۱، ژنتیک و ... با استفاده از داده های سهام شاخص های بورس هنگ کنگ، ایران و ژاپن مقایسه شده است و نتایج، بیانگر رقابتی بودن این الگوریتم برای حل مسئله بهینه سازی سبد سهام دارند. قدوسی، تهرانی و بشیری (۱۳۹۴) در پژوهشی به بهینه سازی سبد سهام با استفاده از روش تبرید شبیه سازی شده، به حل مسئله بهینه سازی سبد با محدودیتهای عددی پرداخته اند. بدین منظور با استفاده از اطلاعات سهام پنجاه شرکت فعال تر در بورس اوراق بهادار تهران در فاصله زمانی اول فروردین ۱۳۸۹ تا پایان فروردین ۱۳۹۱ مرز کارای سبدهای مختلف ۱۰ تا ۵۰ سهمی ترسیم شده است. نتایج پژوهش موفقیت الگوریتم تبرید شبیه سازی شده را در حل مسئله بالا نشان می دهد. همچنین با انتخاب درست سهام و تعیین وزنه های مناسب از آن، می توان سبدهای کوچکتری که عملکرد مناسبتری دارند، انتخاب کرد.

امینی (۱۳۹۵) در مطالعه ای بهینه سازی سبد سهام چند هدفه را با استفاده از رویکرد جدید بهینه سازی کرم میوه انجام دادند و قیمت روزانه ۹۰ سهام را از فروردین ۸۸ تا اسفند ۹۲ مورد بررسی قرار دادند. در این مقاله، از یک رویکرد ابتکاری و فرا ابتکاری به نام الگوریتم کرم میوه برای حل مسئله چند هدفه بر مبنای مدل میانگین – واریانس مارکوویتز با محدودیت های دسته بندی و عدد صحیح استفاده کرد. نتایج بدست آمده نشان دهنده عملکرد نسبی بهتر این الگوریتم نسبت به الگوریتم ژنتیک برای مجموعه داده های بورس تهران است.

جمشیدی و خالوزاده (۱۳۹۵) بررسی روش های هوشمند در حل مسئله سبد سهام مقید در بازار سهام تهران را از سه روش الگوریتم ژنتیک، الگوریتم رقابت استعماری و الگوریتم ازدحام ذرات برای تعیین مرز کارای سبد سهام با محدودیت های عددی بکار بستند. مسئله سبد سرمایه در این مقاله با در نظر گرفتن قیمت های مربوط به ۷۰۰ روز از شرکت هایی که از میان ۳۰ صنعت فعال تر بازار بورس تهران انتخاب شده اند، حل شده است. بازه زمانی در نظر گرفته شده، از تاریخ ۸۷/۵/۲۸ تا ۹۲/۱۱/۱۰ است و ۲۰ شرکت برای تشکیل سبد سرمایه انتخاب شده اند که با استفاده از الگوریتم های بهینه سازی، وزندهی بهینه بدست می آید.

قیدهای در نظر گرفته شده عبارتند از سرمایه گذاری در ۱۵ شرکت از ۲۰ شرکت موجود و تعیین حد بالا و پایین مجاز برای وزنهای هر دارایی به طوری که درصد حد بالای هر وزن برابر با ۰,۳ در درصد حد پایین برابر با ۰,۰۱ است. نتیجه بدست آمده از مقایسه ۳ روش الگوریتم ژنتیک، الگوریتم رقابت استعماری و الگوریتم ازدحام ذرات، بیانگر برتری الگوریتم ازدحام ذرات است.

فلاح پور، آصفی، فلاح تفتی و باقری (۱۳۹۷) در پژوهشی به بهینه سازی سبد سهام با استفاده از الگوریتم فراابتکاری نهنگ با معیار ریسک ریزش مورد انتظار با بهره گیری از الگوریتم نهنگ، نسبت به بهینه سازی سبد سهام تشکیل شده از ۵۰ سهام شرکت فعال در بازار بورس اوراق بهادار تهران در دوره زمانی مهر ۱۳۹۱ تا شهریور ۱۳۹۶ اقدام کردند.

امیری، ابراهیمی سرو علیا و هاشمی (۱۳۹۹) با استفاده از الگوریتم فراابتکاری جستجوی انطباق تصادفی حریصانه^۱، ۱۹۹ شرکت فعال در بورس اوراق بهادار تهران را در بازه زمانی ۱۳۹۱ تا ۱۳۹۵ مورد بررسی قرار داده و نشان دادند که در هر سبد سهام ۵، ۱۵ و ۳۰ شرکتی، الگوریتم پیشنهاد شده کاراتر از مدل مارکوئیتز عمل کرده است.

دعائی و صابرفرد (۱۴۰۰) در پژوهش خود، مساله مدیریت سرمایه گذاری در شرکت های موجود در بازار بورس اوراق بهادار تهران و فرابورس ایران به عنوان یک مساله بهینه سازی سبد سهام مورد بررسی قرار دادند. این مدل شامل دو تابع هدف شامل کمینه سازی ریسک و بیشینه سازی بازده است محدودیت های مدل شامل محدودیت انتخاب شرکت ها به صورت ویژه و همچنین محدودیت بودجه است. برای برخورد با شرایط عدم قطعیت موجود در پارامترهای مدل، از رویکرد محدودیت ها شانس استفاده می شود و توابع هدف نیز با استفاده از روش برنامه ریزی آرمانی به عنوان یک مساله واحد در نظر گرفته می شود. به منظور حل مساله در حالت دوهدفه از روش محدودیت افسیلون تقویت شده استفاده می شود. مطابق با نتایج عددی می توان مشاهده کرد که حل مساله در حالت دوهدفه قادر به تولید پاسخ های پارتویی بوده که در یک ساختار مناسب یکدیگر را مغلوب نمی کنند. همچنین در حالت عدم قطعیت استفاده از برنامه ریزی آرمانی باعث حصول پاسخ های عددی با سطح عملکرد مناسب است و خروجی هایی منطبق با واقعیت می شود. در حقیقت خروجی های مساله در هر دو حالت چندهدفه و تک هدفه

1. Greedy randomized adaptive search procedure

قابلیت پیاده‌سازی در شرایط دنیای واقعی را دارد. بنابراین در نهایت می‌توان گفت که استفاده از نتایج محاسباتی این پژوهش می‌تواند به عنوان یک ابزار عملیاتی مورد استفاده قرار گیرد.

مصطفائی درمیان و دعائی (۱۴۰۰) در پژوهش خود مساله بهینه‌سازی سبد سهام در شرکت‌های پذیرفته شده در بازار سرمایه ایران به عنوان یک مساله بهینه‌سازی تصادفی چندهدفه مورد بررسی قرار دادند. مطابق با نتایج عددی می‌توان مشاهده کرد الگوریتم گرگ خاکستری در تمامی مثال‌ها دارای کارایی بالاتری نسبت به الگوریتم ژنتیک است. البته قابل توجه است که در هیچ کدام از مثال‌های عددی، درصد پاسخ‌های ناموجه در رویه بهبود الگوریتم‌ها از ۱۰/۰۲ درصد بیشتر نشده است. همچنین درصد بهبود کارایی الگوریتم گرگ خاکستری نسبت به الگوریتم ژنتیک بین ۳ تا ۱۱ درصد گزارش شده است.

چانگ^۱ و همکاران (۲۰۰۰) سه الگوریتم ابتکاری بر مبنای الگوریتم‌های ژنتیکی، جستجوی تابو^۲ و آنیلینگ شبیه‌سازی شده^۳ برای پیدا کردن مرز کارای سبد سهام با محدودیت‌های عددی ارائه کردند.

براندا^۴ (۲۰۱۳)، مدل تحلیل پوششی داده پیوسته متنوع را با اشاره به سبد سهام با تعداد محدودی از دارایی معرفی کرد که به عنوان محدودیت عددی شناخته شده است، اگرچه راه حل‌ها به طور صریح مورد بحث قرار نگرفت.

لیو^۵ و همکاران (۲۰۱۵) بررسی توجیه‌های نظری استفاده از تحلیل پوششی داده در برآورد عملکرد سبد سهام را ارائه کردند. به عنوان مثال، آنها نشان داده‌اند که تحلیل پوششی داده می‌تواند تنوع کافی را در نظر بگیرد، بنابراین ارزیابی‌های قابل اطمینان نشان می‌دهد که مرز تحلیل پوششی داده می‌تواند در زمانی که اطلاعات کافی وجود دارد، به مرز سبد سهام همگرا باشد.

کامیلی و رافی^۶ (۲۰۱۶)، در مطالعه‌ای به بررسی الگوریتم خفاش در حل مسئله بهینه‌سازی سبد سهام با محدودیت عددی می‌پردازند. آنها از شاخص بازار ۴ کشور مختلف استفاده می‌کنند و در نهایت به این نتیجه می‌رسند که الگوریتم خفاش در حل آن مسئله می‌تواند کارایی خوبی داشته باشد.

1. Chang

2. Tabu search

3. Simulated annealing

4. Branda

5. Liu

6. Kamili H; Raffi, M

ژانگبو ژو^۱ و همکاران (۲۰۱۷)، در پژوهشی از روش تحلیل پوششی داده‌های بخشی برای تعیین مرز کارای سبد سهام با محدودیت‌های عددی استفاده کرد. در این روش مرز کارا که به صورت گسسته است، به چند مرز پیوسته مجزا از هم تقسیم و برای هر قسمت از روش تحلیل پوششی داده استفاده می‌شود.

ژیا^۲ و همکاران (۲۰۲۰) سه مدل متناسب با تنوع را تحت چارچوب میانگین-واریانس ایجاد کرده است. آنها برای توصیف پارامتر به طور نامطمئن در مدل‌های پیشنهادی DEA، انتظار و کوواریانس بازده سبد سهام را به عنوان مقادیر بازه‌ای در نظر گرفته‌اند. آنها ۳۰ سبد سهام از صنایع مختلف در آمریکا را انتخاب کرده و برخی تجزیه و تحلیل‌های تجربی را در زیر مجموعه داده‌های مختلف انجام دادند تا متوجه شوند کدام مدل از مقاومت بالاتری در برخورد با تأثیر عدم قطعیت پارامترها بر کارایی سبد سهام و رتبه‌بندی آنها برخوردار است. سرانجام، برخی آزمایش‌های قدرت را برای بررسی بیشتر سازگاری یافته‌های خود ارائه دادند.

دعائی و همکاران (۲۰۲۱) پیش‌بینی شاخص قیمت سود سهام روزانه بورس تهران (TEDPIX) را از طریق شبکه‌های عصبی ترکیبی پرسپترون چندلایه (MLP) و الگوریتم‌های فراابتکاری متشکل از الگوریتم ژنتیک (GA)، بهینه‌سازی ازدحام ذرات (PSO)، سیاه‌چاله (BH) انجام دادند. نتایج تجربی نشان می‌دهد که بهینه‌سازی گرگ خاکستری عملکرد برتری برای آموزش MLPها برای پیش‌بینی بازار سهام بر مبنای فراابتکاری دارد.

روش شناسی پژوهش

در مرحله نخست قیمت روزانه سهام تمام نمادها در بورس تهران و فرابورس در سال ۱۳۹۸ جمع‌آوری گردید. پس از ورود داده‌ها به نرم افزار متلب، پس از تعیین ریسک و بازده سبد سهام، با استفاده از روش تحلیل پوششی داده‌ها، مرز کارایی سبد سهام با محدودیت عددی تعداد خاص سهام در سبد سهام، تعیین شد.

برای ارزیابی نتایج حاصل از روش تحلیل پوششی داده‌های بخشی، مرز کارای بدست آمده با مرز کارای حاصل از روش الگوریتم ازدحام ذرات مقایسه و مشاهده می‌شود که مرز کارای بدست آمده از روش تحلیل پوششی داده گسترده تر بوده و در شرایط ریسک یکسان بازده بالاتری دارد.

1. Zhongbao Zhou

2. Xiao

جامعه و نمونه آماری

با توجه به اطلاعات ارائه شده در سایت مرکز پژوهش، سازمان بورس و اوراق بهادار^۱ میزان بازده سهام شرکت‌ها بر اساس «قیمت تعدیل شده با افزایش سرمایه» آنها در بازه زمانی مورد نظر قابل دسترسی است.

نمونه‌گیری در این پژوهش بر مبنای روش حذف سیستماتیک از کلیه شرکت‌های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران و فرابورس ایران در سال ۱۳۹۸ می‌باشد که نمونه انتخابی باید دارای شرایط زیر باشد:

۱. از ابتدای سال ۱۳۹۸ تا انتهای سال، در بورس حضور داشته باشند.
۲. وقفه معاملاتی بیش از ۱ ماه نداشته باشند.
۳. بازده نماد بالاتر از میانگین بازده کل نمادها در طول سال باشد.

جدول ۱. نمونه آماری

تعداد نمادها	مراحل انتخاب نمونه نهایی
۵۱۱	کل نمادهای بورس تهران و فرابورس ایران در سال ۱۳۹۸
۸۱	نمادهایی که در بطور کامل در سال ۱۳۹۸ حضور نداشته اند
۲۴۲	نمادهایی که بازده آنها از میانگین بازده کمتر بوده است
۱۸۸	نمونه نهایی

متغیرها

در این پژوهش از دو معیار ریسک و بازده استفاده شده است. ابتدا اطلاعات قیمت شرکت‌ها از سایت مرکز پژوهش، توسعه و مطالعات اسلامی سازمان بورس و اوراق بهادار استخراج شده است. لازم به بیان است اطلاعات قیمت شرکت‌ها در آن سایت، بر اساس افزایش سرمایه و سود نقدی تعدیل شده و به عنوان شاخص قیمت مد نظر قرار گرفته است. بنابراین نیاز است که از طریق رابطه زیر بازده هریک شرکت‌ها در هر بازه زمانی را محاسبه کرد.

$$Return_t = \left(\frac{p_t}{p_{t-1}} - 1 \right) \times 100$$

که در آن p_t معرف شاخص قیمت تعدیل شده با افزایش سرمایه و سود نقدی در سال t است.

برای محاسبه ریسک نیز از انحراف معیار بازده‌ها استفاده شده است.

فرمول مسئله

فرض کنید n دارایی موجود در بازار وجود دارد. بردار بازده مورد انتظار و ماتریس کواریانس به ترتیب برابر است با $r = (r_1 \dots r_n)'$ و $G = \{\sigma_{ij}\}_{i,j=1}^n$ که σ_{ij} نشان‌دهنده کواریانس بین وجوه i و j است. $x = (x_1 \dots x_n)' \in \Omega$ وزن نمونه‌های سرمایه‌گذاری شده در دارایی‌های ریسکی n است به طوری که $x \in R^n$ و $\sum_{i=1}^n x_i = 1$ مجموعه Ω شدنی از وزن سبد سهام و k یک مقدار مطلوب از دارایی‌های ریسکی در ایجاد سبد سهام باشد. سپس مسئله بهینه‌سازی CCMV را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\begin{aligned} \min & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i \sigma_{ij} x_j \\ \text{s. t. } & \sum_{i=1}^n r_i x_i \geq \bar{r} \\ & \sum_{i=1}^n x_i = 1 \\ & \sum_{i=1}^n |\text{sign}(x_i)| = k \end{aligned}$$

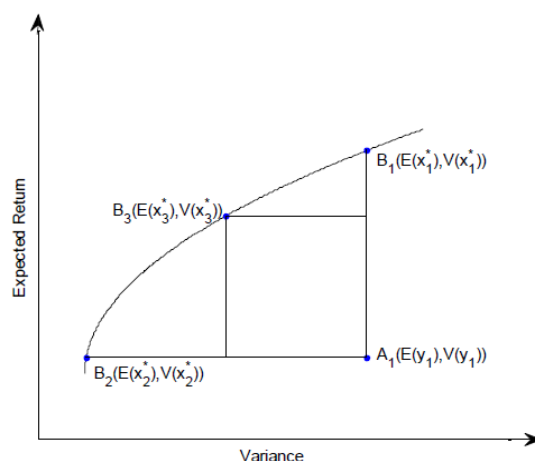
تابع $\text{sign}(\cdot)$ به شرح زیر تعریف شده است:

$$\text{sign}(a) = \begin{cases} 1, & a > 0 \\ 0, & a = 0 \\ -1, & a < 0 \end{cases}$$

واریانس کل مرتبط با سبد سهام توسط تابع هدف مینیموم و بهینه می‌شود در حالیکه $\bar{r}$ سطح بازده مورد هدف را تعیین می‌کند. معادله وزن (x_i) تضمین می‌کند که تمام ثروت سرمایه‌گذاری شده است. محدودیت‌های عددی نیز به این صورت بیان می‌شود که نیاز است تا تعداد دارایی‌ها در سبد سهام به تعداد K محدود شود (ژونگبائو ژو و همکاران، ۲۰۱۷).

تعریف کارایی سبد سهام (PE)^۱

به غیر از شاخص های عملکرد سستی، PE مبتنی بر مرز نیز یک ایده مهم در اندازه گیری عملکرد سبد سهام است (موری و موری^۲، ۱۹۹۹، جورو و ان آ^۳، ۲۰۰۶؛ گلاویشینگ و اسمورگوتر ریچمن^۴، ۲۰۱۰؛ برندوی^۵ و همکاران، ۲۰۱۵). پس از ایده مرز کارایی سبد سهام، مقیاس PE برای فاصله نسبی تا مرز تعریف شد. در مواردی که مرز پیوسته و مقعر باشد، کارایی سبد سهام (PEs) می تواند با استفاده از فاصله های مختلف تعریف شود. فرض کنید یک نمونه از سبد سهام M برای ارزیابی وجود دارد. برای سبد سهام j ، ($j=1, \dots, m$)، فرض می شود که $y_j = (y_{1j}, y_{2j}, \dots, y_{nj})$ نشان دهنده بردار وزن سبد سهام است، سپس بازده مورد انتظار و واریانس آن به ترتیب $E(y_j)$ و $V(y_j)$ است. همانطور که در شکل ۳ نشان داده شده واریانس مطابق با فاصله طولی از مبدا است و عرض نمودار نشان دهنده بازده مورد انتظار است. $A_1(E(y_1), V(y_1))$ یک سبد سهام تحت ارزیابی را نشان می دهد. $B_1(E(x_1^*), V(x_1^*))$ ، $B_2(E(x_2^*), V(x_2^*))$ ، $B_3(E(x_3^*), V(x_3^*))$ ، نقاط مرجع هستند، که به ترتیب، سبد سهام مطلوب محاسبه شده با استفاده از مقادیر برآورد شده، بازده گرا، ریسک گرا و بیگرا هستند (بریك و کرسنتر^۶، ۲۰۰۹).



شکل ۲. تعریف PE از مرز کلاسیک MV

1. Portfolio efficiency
2. Morey and Morey
3. Joro and Na
4. Glawischnig and Sommersguter-Reichmann
5. Brandouy
6. Briec and Kerstens

بنابراین، با استفاده از فاصله‌های گوناگون، می‌توان از PE های بازده گرا، ریسک گرا و بی‌گرا سبد سهام $A_1(E(y_1), V(y_1))$ استفاده کرد.

$$PE_N = \frac{1 - (V(y_1) - V(x_3^*)) / V(y_1)}{1 + (E(x_3^*) - E(y_1)) / E(y_1)}, PE_V = \frac{V(x_2^*)}{E(y_1)}, PE_E = \frac{E(y_1)}{E(x_1^*)}$$

برآورد PE برای مسائل CCMV با استفاده از مدل تحلیل پوششی داده‌های بخشی

در این بخش، یک الگوریتم جستجو برای تعیین «نقاط بخشی داده» معرفی شده، که ثابت شده است تقریباً برابر «نقاط بخشی واقعی» هستند. در نتیجه، مدل تحلیل پوششی داده‌های کلاسیک می‌تواند در هر بخشی استفاده شود. بازده مورد انتظار به عنوان یک خروجی مطلوب در نظر گرفته می‌شود، در حالی که واریانس یک خروجی نامطلوب است و در نتیجه به عنوان ورودی در این مقاله در نظر گرفته شده است. الگوریتم جستجوی «نقاط بخشی داده» به شرح زیر است:

۱. نقاط نمونه را با واریانس مرتب شده و توالی $(\sigma_a, r_a) (a = 1, 2, \dots, n)$ بدست آورید، جایی که (σ_a) در یک حالت غیر نزولی است.

$$\hat{r}_b = \max_{a_1 \leq k \leq a_2} (r_k) \text{ و } \hat{\sigma}_a = \sigma_a \quad ۲.$$

$$\sigma_{a_1-1} \neq \sigma_{a_1} = \sigma_{a_1+1} = \dots = \sigma_{a_2} \neq \sigma_{a_2+1}.$$

در غیر این صورت به سادگی $\hat{r}_b = r_a$ و $\hat{\sigma}_b = \sigma_a$ ثابت می‌شود. با استفاده از این فرآیند، توالی جدید $(\hat{\sigma}_b, \hat{r}_b) (b = 1, 2, \dots, \hat{n})$ به دست می‌آید در حالی که $\hat{\sigma}_b$ به طور یکنواخت افزایش می‌یابد $(\hat{\sigma}_b < \hat{\sigma}_{b+1}), (b = 1, 2, \dots, \hat{n} - 1)$.

۳. $\hat{\sigma}_i = \hat{\sigma}_b$ و $\hat{r}_i = \hat{r}_b$ اگر $(\hat{r}_b < \hat{r}_{b+1})$ ، در غیر این صورت نمونه $(\hat{\sigma}_{b+1}, \hat{r}_{b+1})$ رها می‌شود در توالی جدید $(\hat{\sigma}_i, \hat{r}_i) (i = 1, 2, \dots, \hat{n})$ افزایش یکنواخت $(\hat{r}_i < \hat{r}_{i+1}), (i = 1, 2, \dots, \hat{n} - 1)$ می‌باشد در حالی که σ_a به شدت باعث افزایش یکنواختی در $(\hat{\sigma}_i < \hat{\sigma}_{i+1}), (i = 1, 2, \dots, \hat{n} - 1)$ می‌شود.

۴. برای هر مورد نمونه داده شده $(\hat{\sigma}_i, \hat{r}_i) (i = 2, \dots, \hat{n} - 1)$ دو دامنه را تعریف می‌کنیم.

$$\text{به ترتیب } (j_2 = 1, 2, \dots) \text{ و } k_{i-j_1} = \frac{\hat{r}_{i-j_1} - \hat{r}_i}{\hat{\sigma}_{i-j_1} - \hat{\sigma}_i} \quad (j_1 = 1, 2, \dots, L_1 - 1)$$

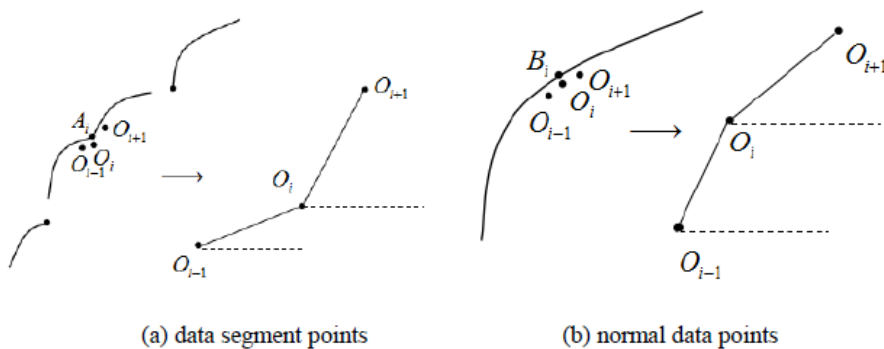
$$k_{i+j_2} = \frac{\hat{r}_{i+j_2} - \hat{r}_i}{\hat{\sigma}_{i+j_2} - \hat{\sigma}_i} \text{ جایی که } (\hat{\sigma}_{i-L_1}, \hat{r}_{i-L_1}) \text{ یک داده شناخته شده است. زمانی که}$$

$j_{01} \in \{j_1 | j_1 = 1, 2, \dots, L_1 - 1\}$ و $j_{02} \in \{j_2 | j_2 = 1, 2, \dots\}$ وجود دارند،

باعث ایجاد نامساوی $k_{i-j_{01}} < k_{i+j_{02}}$ می شود، که $(\hat{o}_i, \hat{r}_i)$ به عنوان یک نقطه بخشی

داده ها شناسایی شده است.

الگوریتم جستجو مبتنی بر این است که انتظار می رود نقاط نمونه مجزا و گسسته، نقطه های بخشی داده را پیش بینی کند. در نتیجه، مدل DEA را می توان در هر بخش اعمال کرد. در شکل ۳-۶ ایده اصلی الگوریتم برای جستجوی «نقاط بخشی داده» نشان داده شده است. که در آن مرزهای بخشی و یک نقطه داده ای O_i مورد بررسی قرار گرفته است. توجه شود موارد نمونه ای که در زیر مورد بحث قرار می گیرد، نقاط نمونه هستند که توسط مرحله (۱) تا (۳) پردازش شده اند.



شکل ۳. الگوریتم جستجو برای نقاط بخشی داده

O_{i-1} و O_{i+1} نقاط نمونه در مجاورت هر دو طرف O_i هستند. $k_{O_i}^-$ شیب خط $O_{i-1}O_i$ است و $k_{O_i}^+$ شیب خط O_iO_{i+1} است. با توجه به ویژگی مرز واقعی CCMV، برای نقطه پرش واقعی، شیب خط از نقاط مجاور آن احتمالاً افزایش می یابد، در غیر این صورت، برای هر نقطه دیگر در مرز، شیب خط از نقاط مجاور آن شاید کاهش می یابد. در نتیجه، اگر $k_{O_i}^- < k_{O_i}^+$ باشد، همانطور که در شکل ۴ نشان داده شده است، پس نقطه O_i به عنوان نقطه بخشی داده تعریف می شود، در غیر این صورت اگر $k_{O_i}^- > k_{O_i}^+$ ، نقطه O_i به عنوان یک نقطه داده عادی است (ژونگبائو ژو و همکاران، ۲۰۱۷).

اساس تئوری الگوریتم جستجو در نقاط بخشی: ویژگی همگرایی فرضیه. فرض کنید یک تابع چگالی احتمالی $p(x)$ از Ω وجود دارد که منطبق با $\forall x^a \in \Omega$ است و یک

مجموعه $S(x^a, \xi) = U(x^a, \xi) \cap \Omega$ وجود دارد به طوری که $\int_{S(x^a, \xi)} P(x) dx > 0$ جایی که $U(x^a, \xi)$ یک همسایه از x^a است.

تئوری ۱. $r = F(\sigma)$ مرز سبد سهام بدون دارایی های بدون ریسک است و $r^* = F_n^*(\sigma)$ مرز BCC-DEA با نمونه n است. که $F_n^*(\sigma)$ همگرا به $F(\sigma)$ در زمانی است که $n \rightarrow +\infty$ (لیو و همکاران ۲۰۱۵).

تئوری ۲. $A = (\tilde{\sigma}_i, \tilde{r}_i)$ یک نقطه واقعی از مرز کارایی CCMV است. در هر همسایگی A ، یعنی $U(A, \varepsilon) (\forall \varepsilon > 0)$ برای n به اندازه کافی بزرگ باشد، همیشه نقاط بخشی داده ای. $O^n = (\hat{\sigma}^n, \hat{r}^n) \in U(A, \varepsilon)$ وجود دارد که همگرا با نقطه واقعی A است. افزون بر این، برای تمام نقاط نمونه $(\hat{\sigma}_j^n, \hat{r}_j^n) \in U(A, \varepsilon) (j = 1, 2, \dots)$ ، $\hat{\sigma}_j^n \geq \hat{r}_j^n$ و $\hat{\sigma}_j^n \geq \hat{r}_j^n$ است (ژونگبائو ژو و همکاران، ۲۰۱۷).

قضیه بالا اساساً نشان می دهد که نقاط بخشی داده توسط الگوریتم جستجو، تقریباً نقاط بخشی واقعی را به صورت تقریبی بیان می کنند. بنابراین، منطقی است که از نقاط بخشی داده استفاده شود برای مرز CCMV بخشی تا مدل های تحلیل پوششی داده ها مناسب اعمال شود.

مدل تحلیل پوششی داده ها برای تخمین PE

نقاط واقعی می تواند به درستی توسط نقاط بخشی داده توسط الگوریتم جستجو تعیین شود. از این رو، مرز سبد سهام CCMV را می توان به چندین مرز پیوسته و مقعر تقسیم کرد. مدل تحلیل پوششی داده ها را می توان برای برآورد PE در هر بخش استفاده کرد. شایان بیان است که ممکن است نقاط بخشی داده بیشتری نسبت به نقاط بخشی واقعی وجود داشته باشد، اما این برآورد نادرستی ایجاد نخواهد کرد، گرچه کار محاسباتی را افزایش خواهد داد.

فرض کنید که مجموعاً m سبد سهام وجود دارد. بین نقاط بخشی داده مجاور l و $l+1$ $(l = 1, 2, \dots)$ ، m^l سبد سهام تحت ارزیابی وجود دارد، به طوری که $\sum_l m^l = m$. برای سبد سهام j ($j = 1, \dots, m^l$)، فرض کنید که $y_j^l = (y_{1j}^l, y_{2j}^l, \dots, y_{nj}^l)$ نشان دهنده بردار وزن سبد سهام هستند و $v(y_j^l) = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n y_{ij}^l \sigma_{ik} y_{kj}^l$ و $E(y_j^l) = \sum_{i=1}^n y_{ij}^l r_i$ در هر بخش، مدل BCC زیر به ترتیب به عنوان واریانس و بازده مورد انتظار تعریف شده اند. در هر بخش، مدل BCC زیر به درستی برای تقریب کارایی انتخاب شده است، که DMU_0 یک نقطه نمونه تحت ارزیابی است.

الف) مدل BCC با اندازه گیری ریسک گرا (ورودی گرا):

$$\begin{aligned} \min \theta \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{j=1}^{m^l} \lambda_j^l V(y_j^l) \leq \theta V(y_0^l) \\ & \sum_{j=1}^{m^l} \lambda_j^l E(y_j^l) \geq E(y_0^l) \\ & \sum_{j=1}^{m^l} \lambda_j^l = 1 \\ & \lambda_j^l \geq 0, j = 1, \dots, m^l \end{aligned}$$

ب) مدل BCC با اندازه گیری بازده گرا: (خروجی گرا)

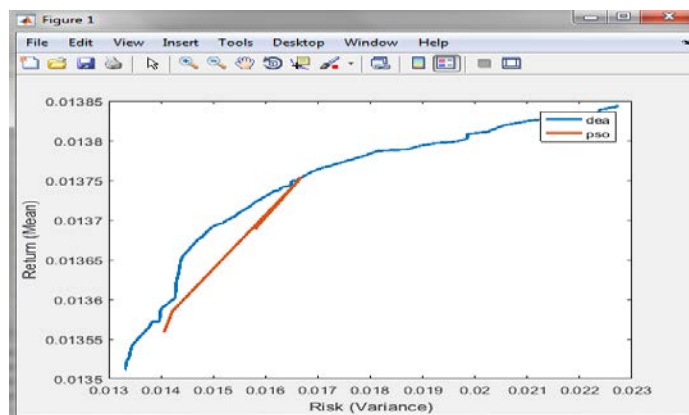
$$\begin{aligned} \max \phi \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{j=1}^{m^l} \lambda_j^l V(y_j^l) \leq V(y_0^l) \\ & \sum_{j=1}^{m^l} \lambda_j^l E(y_j^l) \geq \phi E(y_0^l) \\ & \sum_{j=1}^{m^l} \lambda_j^l = 1 \\ & \lambda_j^l \geq 0, j = 1, \dots, m^l \end{aligned}$$

با توجه به اینکه هدف، تعیین مرز کارا سبد سهام با تعداد مشخص شده‌ای از سهام است (انتخاب ۳ سهم از ۵ سهم بازار)، نماد ۵ سهم که در سال ۱۳۹۸ بالاترین درصد بازده را داشته‌اند تعیین گردید. عبارتند از: ختور ۲۵۰۲٪، غنوش ۲۴۳۴٪، کفپارس ۲۳۱۹٪، ولیز ۲۲۹۰٪، بکام ۱۹۰۸٪. سپس با توجه به اطلاعات ارائه شده در سایت rdis.ir/companiesindex.asp (سازمان بورس و اوراق بهادار)، میزان بازده روزانه این نمادها بر اساس «قیمت تعدیل شده با افزایش سرمایه» در سال ۱۳۹۸ استخراج شد. با استفاده از نرم افزار متلب، ۱۰۰۰ سبد سهام با

محدودیت عددی شامل انتخاب ۳ نماد از ۵ نماد بالا با وزن‌های تصادفی تهیه می‌شود (مجموع وزن‌ها برابر ۱) و با استفاده از الگوریتم ارائه شده در پژوهش، «نقاط بخشی داده» با مختصات (x, y) نشان دهنده زوج (بازده، ریسک) تعیین شد. سپس برای هر بخش با استفاده از نرم افزار متلب و مدل DEA مرز کارایی سبد سهام تعیین شد.

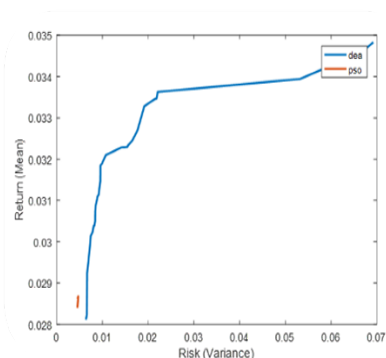
تجزیه و تحلیل داده‌ها

از آنجایی که می‌بایست مرز کارایی بدست آمده با استفاده از روش DEA بخشی، مناسب‌تر از روش‌های موجود قبلی باشد، نیاز به مقایسه با روش دیگری نیز می‌باشد. با توجه به اینکه ذکر شد که الگوریتم ازدحام ذرات کارایی بهتری نسبت به روش‌های موجود داشته است، بنابراین برای ارزیابی نتایج حاصل از روش DEA بخشی، مرز کارایی بدست آمده با مرز کارایی حاصل از روش الگوریتم ازدحام ذرات مقایسه و مشاهده می‌شود که مرز کارایی بدست آمده از روش DEA گسترده‌تر بوده و در شرایط ریسک یکسان، بازده بالاتری دارد (شکل ۴).

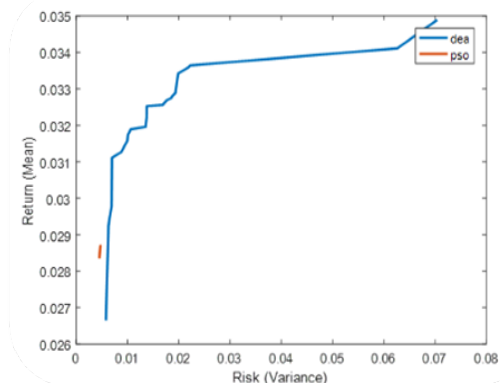


شکل ۴. مرز کارایی بدست آمده از روش‌های تحلیل پوششی داده‌ها و الگوریتم ازدحام ذرات

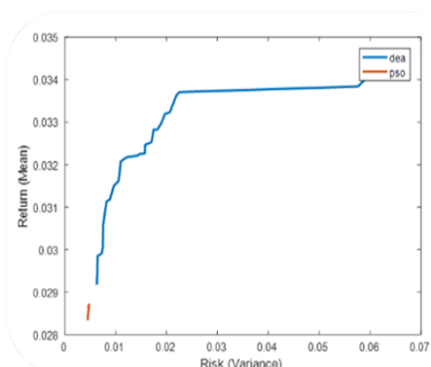
بسیاری از سرمایه‌گذاران تمایل دارند تا تعداد محدود و مشخصی سهم در سبد سهام خود داشته باشند. بدین منظور برای تعیین مرز کارایی سبد سهام با محدودیت خاص ۵، ۶، ۷، ۸، ۹ و ۱۰ سهم از بین ۱۸۸ نماد اشاره شده در جامعه آماری، در ۶ مرحله مرز کارا تعیین و با روش الگوریتم ازدحام ذرات مقایسه شد که نتایج آن به شرح زیر است:



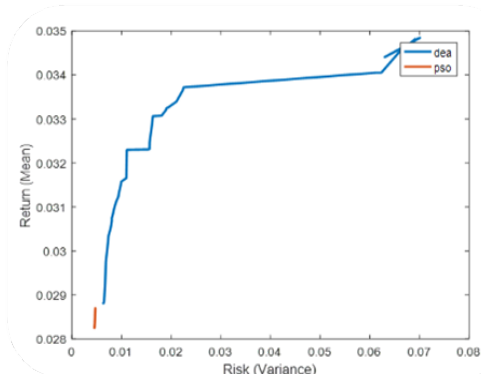
شکل ۶. مرز کارا برای انتخاب ۶ سهم از ۱۸۸ سهم



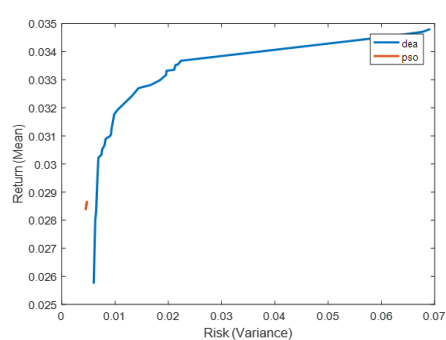
شکل ۵. مرز کارا برای انتخاب ۵ سهم از ۱۸۸ سهم



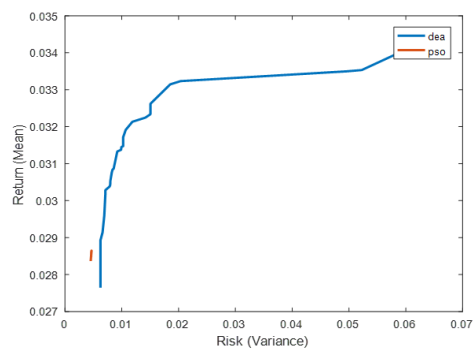
شکل ۸. مرز کارا برای انتخاب ۸ سهم از ۱۸۸ سهم



شکل ۷. مرز کارا برای انتخاب ۷ سهم از ۱۸۸ سهم



شکل ۱۰. مرز کارا برای انتخاب ۱۰ سهم از ۱۸۸ سهم



شکل ۹. مرز کارا برای انتخاب ۹ سهم از ۱۸۸ سهم

همانطور که در اشکال مشاهده می‌شود، در انتخاب تعداد مشخص از ۱۸۸ سهم (به عنوان مثال انتخاب ۵ سهم از ۱۸۸ سهم، انتخاب ۶ سهم از ۱۸۸ سهم، ... و انتخاب ۱۰ سهم از ۱۸۸ سهم) الگوریتم ازدحام ذرات ضعیف بوده و روش تحلیل پوششی داده‌های بخشی، کارایی مناسبی داشته است (خط قرمز رنگ مرز کارایی با استفاده از روش الگوریتم ازدحام ذرات و خط آبی رنگ، مرز کارایی با استفاده از روش تحلیل پوششی داده‌ها). با توجه به مشخص شدن مرز کارا، چنانچه بخواهیم کارایی و عملکرد سبد سهام دلخواه در طول سال ۱۳۹۸ را ارزیابی نماییم، کافیست با تعیین بازده و ریسک آن سبد سهام و بدست آوردن نقطه متناظر آن در شکل (محور افقی نمودار ریسک و محور عمودی آن بازده است)، کمترین فاصله آن نقطه تا مرکز کارا محاسبه شود. هرچه فاصله نقطه متناظر به مرز کارا کمتر باشد، عملکرد آن سبد سهام بهتر بوده است.

بحث و نتیجه‌گیری

با توجه به گسسته بودن مرز کارا در سبد سهام با محدودیت عددی، تعیین مرز کارای دقیق، پیچیده و زمان‌بر است و روش مشخصی نیز وجود ندارد. در این پژوهش از روش نوآورانه تحلیل پوششی داده‌های بخشی استفاده و مرز گسسته به چند مرز پیوسته تقسیم شده است. این مرز با مرز بدست آمده از روش ازدحام ذرات مقایسه شده است که نشان از بهتر بودن روش تحلیل پوششی داده‌ها نسبت به روش ازدحام ذرات دارد.

در این پژوهش ۵ سهم انتخاب شده از بورس اوراق بهادار تهران و فرابورس ایران شامل ۵ سهم با بالاترین درصد بازده در سال ۹۸ و شرط ۳ سهم از بین این ۵ سهم در نظر گرفته شد. همچنین برای انتخاب ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰ سهم از ۱۸۸ نماد بورس و فرابورس مرز کارا تعیین شد.

جمشیدی و خالوزاده (۱۳۹۵) در مقایسه سه روش الگوریتم ژنتیک، الگوریتم رقابت استعماری و الگوریتم ازدحام ذرات، به این نتیجه رسیدند که الگوریتم ازدحام ذرات برتری نسبت به دو روش دیگر دارد. اما در این پژوهش با توجه به عدم وجود روش محاسباتی دقیق در تعیین مرز کارا با محدودیت‌های عددی، در انتخاب تعداد مشخص سهام از ۱۸۸ سهم (به عنوان مثال انتخاب ۵ سهم) الگوریتم ازدحام ذرات ضعیف بوده و روش تحلیل پوششی داده‌های بخشی، عملکرد مناسب‌تری از خود نشان داده است. همچنین براندا (۲۰۱۳)، مدل تحلیل پوششی

داده پیوسته متنوع را با اشاره به سبد سهام با تعداد محدودی از دارایی معرفی کرد اما ما از مدل تحلیل پوششی داده‌های بخشی استفاده کردیم. لیو و همکاران (۲۰۱۵) نشان داده‌اند که تحلیل پوششی داده می‌تواند تنوع کافی را در نظر بگیرد، بنابراین ارزیابی‌های قابل اطمینان نشان می‌دهد که مرز تحلیل پوششی داده می‌تواند در زمانی که اطلاعات کافی وجود دارد، به مرز سبد سهام همگرا باشد. در این پژوهش نیز با تعیین مرز کارا، کارایی و عملکرد سبد سهام در طول سال ۱۳۹۸، محاسبه شد و نقطه متناظر هر سبد دلخواه (با مختصات بازده و ریسک) در نمودار مشخص و بر اساس فاصله آن نقطه تا مرز کارا، کارایی سبد مشخص شد.

بنابراین برای مطالعات بعدی پیشنهاد می‌شود کلیه سهام N (به عنوان ورودی در نظر گرفته شده و مرز کارا برای 2 تا N حالت رسم شده و بدینوسیله معیاری برای ارزیابی سبد سهام با تعداد دلخواه سهام بدست آید. همچنین می‌توان بر اساس انتخاب تعداد n سهم از کل ۱۸۸ سهام موجود، n بهینه را بدست آورد و مشخص کرد انتخاب چه تعداد سهم از مجموع ۱۸۸ سهم بازده بالاتری دارد.

با توجه به اینکه در بررسی صورت گرفته، فقط سبد سهام دارایی‌ها سهام شرکت بوده است می‌توان در پژوهش‌های بعدی مرز کارای سبد سهام شامل دارایی‌های دیگر مانند سایر اوراق بهادار نیز به آن اضافه و مرز کارا را تعیین نمود. همچنین از آنجایی که در این مدل تنها یک ورودی و یک خروجی (بازده و ریسک) مورد استفاده قرار گرفت، در پژوهش‌های بعدی می‌توان از سایر معیارهایی که در ارزیابی سبد سهام مورد توجه است استفاده و بر اساس روش تحلیل پوششی داده‌ها مرز کارا را تعیین نمود. در انتها پیشنهاد می‌شود با توجه به اینکه تعداد سهام در سبد سهام به عنوان محدودیت در نظر گرفته شده و تحلیل حساسیت مدل نسبت به آن انجام شده اما با توجه به اینکه انتخاب تعداد سهام، تصمیم عملیاتی مهم است، می‌توان در پژوهش‌های آینده به عنوان منغیر تصمیم به مدل ریاضی اضافه شود.

References

- Aboalfathi, H (2016). A Discovery of Stock Portfolio through Using Cardinal Restrictions, *Journal Of Economics and Business Research*, 7(13), 1-12. (In Persian)
- Amini, A., & alinezhad, A. (2016). Multi-objective Portfolio Optimization Model by Fruit Fly Optimization Algorithm, 11(36), 59-76. (In Persian)
- Amiri, M (2020). . *Financial Economics*, 14(51), 147-172. (In Persian)
- A. Alinezhad, (2014). Portfolio Optimization by Using Big Bang-Big Crunch Algorithm, , 11(35), 49-60. magiran.com/p1439058. (In Persian)
- Branda M. (2013). Diversification-consistent data envelopment analysis with general deviation measures[J]. *European Journal of Operational Research*, 226(3): 626-635.
- Brandouy O, Kerstens K, Van de Woestyne I. (2015). Frontier-based vs. traditional mutual fund ratings: a first backtesting analysis[J]. *European Journal of Operational Research*, 242(1): 332-342.
- Briec W, Kerstens K, Lesourd J B (2004). Single-period Markowitz portfolio selection, performance gauging, and duality: a variation on the Luenberger shortage function[J]. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 120(1): 1-27.
- Briec W, Kerstens K. (2009). Multi-horizon Markowitz portfolio performance appraisals: A general approach. *Omega*, 37(1): 50-62.
- Chang T J, Meade N, Beasley J E, et al. (2000). Heuristics for cardinality constrained portfolio optimization. *Computers & Operations Research*, 27(13): 1271-1302.
- davoodi, S., Sadri, A. (2018). Compare Meta-heuristic Algorithms on the Optimal Model of Multi Period Portfolio Based on the Value at Risk. *Journal of Securities Exchange*, 11(41), 121-152. doi: 10.22034/jse.2018.11125. (In Persian)
- Charnes, A. Cooper, W.W. and Rhodes, E. (1978). Measuring the Efficiency of Decision Making Units, *European Journal of Operational Research*, 2, 429-444.
- Dastkhan, Hossein; Mihemi, Reza (2012). Application of memetic algorithm in solving the problem of choosing the optimal portfolio of stocks with the

limitation of minimum exchange size, 10th International Conference on Industrial Engineering.

- Doaei, M., Davarpanah, S. H., & Sabzi, M. (2017). ANN-DEA Approach of Corporate Diversification and Efficiency in Bursa Malaysia. *Advances in Mathematical Finance and Applications*, 2(1), 9-20. doi: 10.22034/amfa.2017.529058.
- Doaei, M., & saberfard, M. (2021). A chance-constrained recourse approach for the portfolio selection problem in the Iran capital market. *Financial Engineering and Portfolio Management*, 12(46), 667-690. (In Persian)
- Doaei, M., Mirzaei, S. A., & Rafigh, M. (2021). Hybrid multilayer perceptron neural network with grey wolf optimization for predicting stock market index. *Advances in Mathematical Finance and Applications*, 6(4), 883-894.
- Eslami Bidgoli, gh (2009). Portfolio Optimization and Examination of the Effect of Diversification on Its Performance through Using Ant Colony Algorithm. *Journal of Securities Exchange*, 2(5), 57-75. (In Persian)
- Eilat, H., Golony, B. and Shtub, A. (2006). Constricting and evaluating balanced portfolios with interaction: A DEA, based methodology. *Journal of the Operational Research*, Vol. 172, pp.1018- 1039.
- Fallahpour, S., asefi, S., fallahtafti, S., & Bagherikazemabad, M. (2018). Portfolio Optimization Using the Whale Algorithm with Expected Shortfall as the Measure of Risk. *Financial Engineering and Portfolio Management*, 9(37), 110-132. (In Persian)
- Farrell, M (1952). The measurement of productive Efficiency. *Journal of the Royal Statistics Society. Serial A*, Vol.120, No.3, PP.253-281.
- Glawischmig M, Sommersguter-Reichmann M. (2010). Assessing the performance of alternative investments using non-parametric efficiency measurement approaches: Is it convincing?[J]. *Journal of Banking & Finance*, 34(2): 295-303.
- Goetzman W N, Kumar A. (2008). Equity portfolio diversification*. *Review of Finance*, 12(3): 433- 463.
- Jamshidi Eyni, E., & Khaloozadeh, H. (2016). Using intelligent methods in Solving Constrained Portfolio in Tehran Stock Exchange. *Financial Knowledge of Securities Analysis*, 9(29), 85-96. (In Persian)

- Gubaydullina Z, Spiwoks M. (2009). Portfolio diversification: an experimental study. University of Goettingen, Department of Economics.
- Joro T, Na P. (2006). Portfolio performance evaluation in a mean–variance–skewness framework. *European Journal of Operational Research*, 175(1): 446-461.
- Kamili, H ; Raffi, M (2016). Portfolio optimization using the bat algorithm. *International review on computer and software (IRECOS)*, 11(3), 277-283.
- Liu W, Zhou Z, Liu D, et al. (2015). Estimation of portfolio efficiency via DEA. *Omega*, 52: 107-118.
- Maringer, D. (2001). "Optimizing Portfolios with Ant Systems," in *International ICSC Congress on Computational Intelligence: Methods and Applications (CIMA 2001)*, pp. 288–294. ICSC.
- Markowitz H. (1952). Portfolio selection. *The journal of finance*, 7(1): 77-91.
- Mehrgan, Mohammadreza. (1383). Quantitative models in the evaluation of the organization's performance (data coverage analysis), *Tehran School of Management Publications*, pp. 87-33 (data coverage analysis), Tehran.
- Morey M R, Morey R C. (1999). Mutual fund performance appraisals: a multi-horizon perspective with endogenous benchmarking. *Omega*, 27(2): 241-258.
- Mostafayi Darmian, S., & Doaei, M. (2022). Optimization of Stock Portfolio Selection in Iran Capital Market Using Meta-heuristic Algorithms. *Quarterly Journal of Applied Theories of Economics*, 8(4), 253-284. doi: 10.22034/eoj.2022.47049.2913. (In Persian)
- Raei, R., & Alibeiki, H. (2010). Portfolio optimization using particle swarm optimization method. *Financial Research Journal*, 12(29), 21-40. (In Persian)
- Pajares, J. & López, A. (2014). "New Methodological Approaches To Project Portfolio Management: The Role Of Interactions Within Projects And Portfolios". *Procedia-Social And Behavioral Sciences*, 119: 645-652.
- Qodsi, S., Tehrani, R., & Bashiri, M. (2015). Portfolio optimization with simulated annealing algorithm. *Financial Research Journal*, 17(1), 141-158. doi: 10.22059/jfr.2015.52036. (In Persian)
- Taqavi Fard M T, Mansouri T, Khosh Tinat M. (2008). A Meta-heuristic Algorithm for Portfolio Selection Problem under Cardinality and Bounding Constraints, 7 (4):49-69. (In Persian)

- Xiao Helu, Tiantian Ren, Zhongbao Zhou, Wenbin Liu, (2020), Parameter uncertainty in the estimation of portfolio efficiency: Evidence from an interval diversification-consistent DEA approach, Omega. Alame Haeri, F., and Hosseini, M., (2012), "Evaluation and comparison of the performance of investment companies and mutual funds ", Journal of Financial Accounting, Fourth Year, Pages 175-197 (in Persian).
- Zhou Zhongbao, Qianying Jin, Helu Xiao, Qian Wu, Wenbin Liu, (2018), Estimation of cardinality constrained portfolio efficiency via segmented DEA, Omega, Volume 76.