

Portfolio Optimization Including Informational Entropy¹

Zahra Zolfagharian², Fateme Samadi³, Masomeh Jafari⁴

Received: 2023/10/20
Accepted: 2024/03/12

Research Paper

Abstract

The most important factor in investing is choosing the asset that will bring us the highest expected return. Each investment forms its portfolio by predicting the investment risk and estimating the expected return. Various methods have been used to estimate the expected return on investment in recent decades, the most important of which is the Markowitz mean-variance model. But this model has been faced with flaws, so financial researchers have tried in the following decades to obtain more reliable findings for portfolio optimization by adding higher moments such as skewness and kurtosis and entropy.

The statistical population of this research is based on trading data (adjusted price) of the top 35 symbols of the Iranian capital market during the last ten years from 2013 to 2023 from the software bourseview, tsetmc, and the variables including variance, mean, skewness, kurtosis and entropy after processing. Data were implemented using Matlab version 6.7 software and portfolio optimization was done based on mv, mvs, mvsk models and finally MVSKE model. The findings of this research indicate that informational entropy is a reliable variable in portfolio optimization.

Key Words: Portfolio Optimization, Informational Entropy, Fuzzy Logic.

JEL Classification: G11

1. doi: 10.22034/JSE.2024.12281.2173

2. M.Sc. Student, Department of Financial Management, East Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran. (zahra.zolfagari@gmail.com).

3. Assistant Professor, Department of Management, East Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran. (Corresponding Author). (m.samadi53@gmail.com).

4. Assistant Professor, Department of Management, East Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran, (jafari_m@yahoo.com).



Copyright © 2024 The Authors. Published by Securities and Exchange Organization.
This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>). Non-commercial uses of the work are permitted, provided the original work is properly cited.



سازمان بورس و اوراق بهادار، مرکز پژوهش، توسعه و مطالعات اسلامی

فصلنامه بورس اوراق بهادار، سال هفدهم، شماره ۶۵، بهار ۱۴۰۳، صص ۱۷۲-۱۵۳

بهینه سازی پرتفو با استفاده از آنتروپی اطلاعاتی^۱

زهره ذوالفقاریان^۲، فاطمه صمدی^۳، معصومه جعفری^۴

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۷/۲۸

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۱۲/۲۲

مقاله پژوهشی

چکیده

مهمترین عامل در سرمایه گذاری انتخاب دارایی است که بیشترین بازده مورد انتظار را برای ما به ارمغان آورد. هر سرمایه گذاری با پیش بینی ریسک سرمایه گذاری و تخمین بازده مورد انتظار سبد خود را تشکیل می دهد. روش های مختلفی برای تخمین بازده مورد انتظار سرمایه گذاری در دهه های اخیر استفاده شده که مهم ترین آن مدل میانگین-واریانس مارکوویتز است. اما این مدل با ایراداتی روبرو بوده بنابراین پژوهشگران مالی در دهه های بعد تلاش کردند تا با افزودن گشتاورهای بالاتر همچون چولگی و کشیدگی و آنتروپی یافته های قابل اتکاتری برای بهینه سازی پرتفوی به دست آورند. جامعه آماری این پژوهش بر مبنای داده های معاملاتی (قیمت تعدیل شده) ۳۵ نماد برتر بازار سرمایه ایران طی بازه زمانی ده سال اخیر سال های ۱۳۹۱ تا ۱۴۹۱ از نرم افزار `bourseview`, `tsetmc` گردآوری و متغیرها شامل واریانس، میانگین، چولگی، کشیدگی و آنتروپی پس از پردازش داده ها با استفاده از نرم افزار `Matlab` نسخه ۶٫۷ پیاده سازی شدند و بهینه سازی پرتفوی بر اساس مدل های `mv`, `mvs`, `mvs_k` و در نهایت مدل `MVSKE` انجام شد که یافته های بدست آمده از این پژوهش حکایت از آن دارد که آنتروپی اطلاعاتی متغیری قابل اتکا در بهینه سازی پرتفو است.

واژه های کلیدی: بهینه سازی پرتفو، آنتروپی اطلاعاتی، منطق فازی.

طبقه بندی موضوعی: G11

doi: 10.22034/JSE.2024.12281.2173

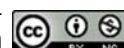
۲. دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مدیریت مالی، واحد تهران شرق، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران. (zahra.zolfagari@gmail.com).

۳. استادیار، گروه مدیریت، واحد تهران شرق، دانشگاه آزاد اسلامی، شهر. تهران، ایران. (نویسنده مسئول). (m.samadi53@gmail.com).

۴. استادیار، گروه مدیریت، واحد تهران شرق، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران. (jafari_m@yahoo.com).

حق انتشار این مستند، متعلق به نویسندگان آن است. © ۱۴۰۳. ناشر این مقاله، سازمان بورس و اوراق بهادار است.

این مقاله تحت گواهی زیر منتشر شده و هر نوع استفاده غیرتجاری از آن مشروط بر استناد صحیح به مقاله و با رعایت شرایط مندرج در آدرس زیر مجاز است.



Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International license
(https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)

مقدمه

هری مارکوویتز بیش از ۷ دهه پیش، مطالعاتی در زمینه مدل سازی مالی انجام داد و از آن زمان تاکنون مدل میانگین-واریانس^۱ مارکوویتز و مدل های دیگری که بر اساس این نظریه پی ریزی شده همچون مدل قیمت گذاری دارایی های سرمایه ای یکی از پرکاربردترین مدل ها برای انتخاب پرتفوی بهینه از بین پرتفوهای ممکن بوده، انتخابی که یکی از مهم ترین موضوعات در مدل سازی مالی بوده و خواهد بود، در این میان بازده موردانتظار سرمایه گذاری یکی از مهمترین عوامل در انتخاب سرمایه گذاران محسوب می شود. هر سرمایه گذاری با پیش بینی بازده سرمایه گذاری و تخمین بازده موردانتظار، سبد سهامی را تشکیل می دهد. در دهه های اخیر، انواع مدل های قیمت گذاری دارایی به منظور تخمین بازده موردانتظار سرمایه گذاری در پرتفوی سهام بررسی شده اند. حال اینکه این مدل ها مبتنی بر برقراری فرضیه هایی هستند که نتایج مدل را به شدت تحت تأثیر قرار می دهند.

نظریه فرضیه کارای مارکوویتز بر اساس فرضیه هایی بنا شده که همیشه درست نیستند. یکی از مهم ترین مشکلات مدل میانگین-واریانس مارکوویتز به واریانس برمی گردد چرا که واریانس، نگرش یکسانی نسبت به بازده های بیشتر و کمتر از میانگین دارد، یعنی فرض بر این است که بازده بسیار بالا و بسیار کمتر برای سرمایه گذار ریسک یکسان خواهند داشت حال آنکه در عمل و واقعیت اینگونه نیست. دیگر ایراد وارد بر مدل میانگین-واریانس در رابطه با فرض عقلایی رفتار کردن سرمایه گذاران است. سرمایه گذاران همیشه عقلایی رفتار نمی کنند و ویژگی های رفتاری و روانشناختی آن ها بر تصمیماتشان تأثیر می گذارد.

دانشمندان دیگری طی سال های بعد تلاش کردند تا با ارائه متغیرهای جدیدتر برخی از مشکلات موجود در نظریه مارکوویتز و مدل قیمت گذاری دارایی های سرمایه ای را برطرف کردند و پرتفو را تا حداکثر میزان بهینه سازی کنند.

در همین راستا معیارهای همچون نیمه واریانس^۲ (هری مارکوویتز)^۳، قدرمطلق انحرافات^۴ (کونو و یامازاکی)^۵، ارزش در معرض خطر^۶ (کانسیگلی)، آنتروپی و نیمه آنتروپی^۷ (هوانگ)^۸،

-
1. Mean-variance model
 2. Semi-variance
 3. Harry Markowitz
 4. Absolute value of deviations
 5. Konno and Yamazaki
 6. Value at Risk
 7. Entropy and Semi-Entropy
 8. Hung

گشتاورهای مراتب بالاتر مانند کشیدگی و چولگی^۱ (چونهایچیندا و همکاران) در بهینه‌سازی پرتفوی استفاده شدند.

در چارچوب مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای^۲ اثر تمامی عوامل مؤثر بر بازده موردانتظار در بتا خلاصه می‌شود. واقعی نبودن بسیاری از مفروضات این مدل، زمینه توسعه و گسترش مدل‌های قیمت‌گذاری دیگری را فراهم ساخت که هر یک، به نوبه خود با نقض یکی از مفروضات یادشده، به توسعه مدل‌های جدیدی منجر شد.

بهینه‌سازی پرتفو با روش مارکوویتز، باوجود اینکه پاسخ مطلوبی برای سرمایه‌گذار فراهم می‌آورد اما با چالش‌هایی نیز همراه است، یافته‌های حاصل از این مدل در بازارهای مالی سرمایه‌گذار را با انبوهی از اطلاعات روبرو کرده و انتخاب را در این شرایط سخت‌تر می‌کند. با توجه به شواهد تجربی که بیانگر مشکلاتی در این نظریه است، پژوهشگران مالی تلاش کردند با غنی‌سازی این مدل و اضافه کردن متغیرهای دیگر این ضعف‌ها را برطرف کنند.

شاید یکی از مهمترین مفروضات حاکم بر این مدل‌ها را بتوان فرض نرمال بودن توزیع بازده سهام و ریسک‌گریز بودن سرمایه‌گذاران دانست، درحالی‌که توزیع بازده‌ها لزوماً نرمال نیست. وجود مشکلات نمایندگی و بدهی‌های مجاز یا محدود، همبستگی بین قیمت و نوسان‌پذیری، بازدهی مرکب در یک چارچوب چنددوره‌ای، عواملی هستند که موجب نامتقارنی و فاصله‌گیری توزیع بازده از توزیع نرمال می‌شوند. غیرنرمال بودن بازده سهام شرکت که از طریق دو شاخص چولگی و کشیدگی در بسیاری از پژوهش‌ها مورد ارزیابی قرار گرفته، نشان‌دهنده میزان انتظارات سرمایه‌گذاران از سرمایه‌گذاری در سهام شرکت‌ها و تشکیل پرتفوی است. افزایش چولگی در بازده سهام شرکت به جهت آن می‌تواند منعکس‌کننده انتظارات سرمایه‌گذاران از بازده‌های بیش از حد یا بازده‌های کمتر از حد باشد درحالی‌که کشیدگی بازده سهام نشان‌دهنده شانس وقوع بازده‌های بالا یا پایین در سرمایه‌گذاری در سهام شرکت است، از جایی که این دو ویژگی در کنار هم معیاری برای سنجش نرمال بودن توزیع بازده سهام در نظر گرفته می‌شوند، منطبق نبودن آنها با ویژگی‌های نرمال می‌تواند بسیاری از نظریه‌های حاکم بر بازده سهام و مدل‌های قیمت‌گذاری را تحت تأثیر قرار دهد.

در همین راستا، استفاده از آنتروپی اطلاعاتی به عنوان یک متغیر جدید مورد توجه قرار گرفت که می‌تواند در بهبود کارایی این مدل موثر باشد.

1. Kurtosis and Skewness

2. Capital asset Pricing Model

در این پژوهش با استفاده از آنتروپی اطلاعاتی بر اساس مدل MVSKE در تلاش هستیم که نتیجه حاصل از بهینه سازی پرتفو در نمونه آماری متشکل از ۳۵ شرکت برتر بازار سرمایه طی بازده زمانی ۱۰ ساله را با بهینه سازی پرتفو با استفاده از روش MVSKE با روش MV و MVSK مقایسه کنیم. آنتروپی اطلاعاتی در سال های اخیر در مطالعات مربوط به بهینه سازی پرتفو در سطح بین المللی استفاده شده، در داخل کشور پژوهش های اندکی در خصوص بهینه سازی پرتفو با تمرکز بر معیار آنتروپی اطلاعاتی انجام شده است.

در این مسیر منطق فازی^۱ که از مطالعات پروفیسور لطف زاده نشأت گرفته و استفاده از برنامه های که با استفاده از این منطق بررسی و تحلیل داده های بازارهای مالی را آسان تر و قابل فهم تر کنند، برای ما راهگشا بوده است. یکی از راه حل هایی مفید برای مدل کردن بازده دارایی ها در مسئله پرتفوی منطق فازی است که با منظور کردن نظرات کارشناسی و عدم اطمینان موجود در بازارهای مالی، استفاده از این منطق می تواند مفید باشد (میرلوحی، ۱۳۹۹).

پژوهش های اخیر همانند کارهای تاناک و جئو^۲ بیانگر آن است که با استفاده از منطق فازی این عدم اطمینان و ابهام را به شیوه بهتری نشان داد زیرا داده های تاریخی نمی توانند پیش بینی دقیقی از آینده ارائه کنند، به همین دلیل انتخاب یک بازه در منطق فازی عدم اطمینان از آینده را تا حدودی کنترل می کند. به عبارت دیگر با استفاده از ریاضیات فازی به جای قانون احتمال می توان بر آورد دقیق تری از بازده های آتی به دست آورد و سپس بر اساس این بازده ها به محاسبه ریسک پرداخت اما در صورت استفاده از منطق فازی برای محاسبه بازده، امکان استفاده از روش های خطی برای بهینه سازی وجود ندارد و نمی توان مرز کارا را توسط مدل های ریاضی حل کرد و بنابراین پژوهشگران لزوم استفاده از الگوریتم های ابتکاری را در حل این مسئله پیشنهاد می کنند (میرلوحی، ۱۳۹۹).

بررسی بهینه سازی پرتفو با استفاده از آنتروپی اطلاعاتی^۳، بررسی و مقایسه عملکرد بین یک پرتفوی بهینه سازی شده بوسیله مدل MV با مدل MVSKE از اهداف این پژوهش است.

در این پژوهش، ابتدا مروری بر پیشینه پژوهش های انجام شده در این حوزه و یافته های سایر پژوهشگران صورت می گیرد سپس با تشریح روش پژوهش به معرفی جامعه و نمونه آماری و

1. Fuzzy logic

2. Tanank & Guo

3. Informational Entropy

مدل آزمون فرضیه‌های پژوهش پرداخته می‌شود. در بخش بررسی و تحلیل داده‌ها، یافته‌های پژوهش مبتنی بر نتایج آزمون فرضیه‌ها ارائه شده و پیشنهادهایی در راستای یافته‌های پژوهش ارائه می‌شود.

آنتروپی اطلاعاتی

یکی از مهمترین مسائل در بازارهای سرمایه، انتخاب راهکاری مناسب برای سرمایه‌گذاری است. در همین راستا، مدل‌های مختلفی توسط پژوهشگران مالی معرفی شده‌اند. بیشتر این مدل‌ها استوار بر دو عامل ریسک و بازده هستند. به همین دلیل اندازه‌گیری ریسک، موضوع تحقیقات بسیاری بوده است. هدف اصلی این پژوهش آن است که کارایی محاسبه آنتروپی در کنار گشتاورهای بالاتر یعنی چولگی و کشیدگی برای بهینه‌سازی پرتفو در معرض آزمون قرار گیرد. بنابر تئوری اطلاعات، آنتروپی معادل عدم اطمینان در یک سیستم است. در نهایت آنتروپی محاسبه شده به عنوان ریسک سرمایه‌گذاری در نظر گرفته شده است.

آنتروپی در نظریه اطلاعات معیاری عددی از میزان تصادفی بودن یک متغیر تصادفی است. به عبارت دیگر هرچه آنتروپی یک متغیر تصادفی بیشتر باشد، ابهام ما در مورد آن متغیر تصادفی بیشتر است بنابراین با مشاهده نتیجه قطعی آن متغیر تصادفی اطلاعات بیشتری بدست می‌آید پس هرچه آنتروپی یک متغیر تصادفی بیشتر باشد، اطلاعات حاصل از مشاهده قطعی آن بیشتر خواهد بود. همچنین آنتروپی یک منبع اطلاعات، حد پایین امید بهترین نرخ فشرده‌سازی بدون اتلاف داده‌ها برای آن منبع است.

مفهوم گشتاور

در آمار، گشتاور^۱ یک توزیع، عبارت از معیار کمی برای مشخص کردن شکل توزیع متغیر تصادفی است. همان‌طور که میانگین شاخص مرکزی و واریانس شاخص پراکندگی است، معیاری عمومی‌تر با عنوان گشتاور، ویژگی‌های توزیع را تبیین می‌کند. هر چه شکل توزیع پیچیده‌تر باشد، مرتبه‌های بالاتر گشتاور نیاز است تا شکل توزیع دقیق‌تر مشخص شود. به‌طور کلی سه نوع گشتاور وجود دارد: گشتاور خام (گشتاور حول صفر)، گشتاور مرکزی (گشتاور حول میانگین) و گشتاور استاندارد شده.

1. Moment

گشتاور استاندارد شده در قبال هر گونه تغییر خطی در مقیاس، تحت تأثیر قرار نمی گیرد و همین موضوع آن را قادر می سازد تا توزیع های احتمال مختلف باهم قابل مقایسه شوند. به بیان دیگر، گشتاور خام و یا گشتاور حول میانگین در توزیع های مختلف به علت پراکندگی متفاوت توزیع ها، با یکدیگر قابل مقایسه نیستند و زمانی که بر انحراف معیار به توان مرتبه گشتاور تقسیم می شود، قابلیت مقایسه ایجاد می شود. گشتاور استاندارد شده مرتبه سوم و چهارم حول میانگین عبارت اند از چولگی و کشیدگی.

مبانی نظری و توسعه فرضیه ها

یکی از کارهای بنیادی در خصوص مدل سازی مالی را مارکوویتز (۱۹۵۲) با مدل میانگین-واریانس ارائه داد که پنجره جدیدی را در اقتصاد مالی مدرن گشود و نظریه مدرن پرتفوی در حقیقت بر آن استوار است. مدل مارکوویتز مدلی هنجاری است که به مطالعه آنچه باید باشد، می پردازد.

براساس نظریه مدرن پرتفوی مطرح شده توسط مارکوویتز، سرمایه گذاران تصمیمات سرمایه گذاری خود را بر اساس رابطه بهینه بین بازده موردانتظار و ریسک انجام می دهند که از طریق بازده و ریسک پرتفوی محاسبه می شود. مارکوویتز واریانس را شاخص ریسک در نظر گرفت و پس از آن واریانس یکی از معیارهای رایج ریسک در مسئله انتخاب پرتفوی در نظر گرفته شد. مارکوویتز طی پژوهش هایی که در سال های بعد انجام داد به این نتیجه رسید که معیار واریانس دارای نواقصی است. یکی از مهم ترین ایرادات مطرح شده این است که واریانس، تفاوتی میان بازده های بالا و پایین قائل نمی شود. به عبارت دیگر، مقدار بازده خیلی بالا و خیلی پایین برای سرمایه گذار ریسک یکسانی را در پی خواهد داشت در حالی که در جهان واقعی این طور به نظر نمی رسد و سرمایه گذاران تنها نوسانات قسمت نامطلوب از بازده را شاخص ریسک در نظر می گیرند. از این رو، بنا به اعتقاد مارکوویتز، توجه به گشتاورهای بالاتر نظیر چولگی و کشیدگی به عنوان شاخص ریسک به جای واریانس، نتایج دقیق تری را به همراه داشت؛ مگر آنکه بنا به دلایلی مانند تقارن توزیع احتمال متغیر مورد بررسی، گشتاورهای بالاتر در نظر گرفته نشوند.

Fang و همکارانش معتقدند مدل میانگین-واریانس (MV) هری مارکوویتز، پایه بسیاری از مدل های رگرسیونی که مشهورترین آنها مدل قیمت گذاری دارایی های سرمایه ای است که

توسط ویلیام شارپ ارائه شد و جایزه نوبل اقتصاد را در سال ۱۹۹۰ برای ویلیام شارپ، هری مارکوویتز و مرتون میلر به پاس مطالعاتشان و پیشگامی در ارائه نظریه اقتصاد مالی به ارمغان آورد.

مدل قیمت گذاری دارایی های سرمایه ای حاکی از این است که بین بازده مورد انتظار یک سهم و ریسک سیستماتیک (بتا) آن دارایی، رابطه خطی وجود دارد و سایر ویژگی های آماری بازده نظیر چولگی و کشیدگی بر رابطه ریسک و بازده تأثیر ندارند. این مدل بر اساس مفهوم خط بازار سرمایه^۱ شناخته می شود. دو جنبه مهم خط بازار سرمایه، نظریه تجزیه و پرتفوی بازار است. نظریه تجزیه بر این محور استوار است که با در نظر گرفتن فرضیه های موجود در مدل قیمت گذاری دارایی های سرمایه ای و با فرض اینکه $n+1$ بیانگر تعداد ورقه بهادار موجود (آخرین ورقه بدون ریسک) است، زوج هایی از پرتفو کارا وجود دارد، به گونه ای که مستقل از رجحان های سرمایه گذاران هستند.

نظریه فرضیه کارای مارکوویتز بر اساس فرضیاتی بنا شده که همیشه درست نیستند. یکی از مهم ترین ایرادات وارد بر این نظریه در رابطه با فرض عقلایی رفتار کردن سرمایه گذاران است. سرمایه گذاران همیشه عقلایی رفتار نمی کنند و ویژگی های رفتاری و روانشناختی آن ها بر تصمیماتشان تأثیر می گذارد.

بنا به اعتقاد پژوهشگرانی مانند فاما و مکبث، فاما و فرنچو بالی و همکاران از آنجایی که توزیع بازده سهام نرمال نیست، در نظر گرفتن گشتاورهای بالاتر بازده سهام و عوامل مؤثر بر پیش بینی بازده سهام مانند چولگی سودآوری دارای اهمیت است. مطالعات تجربی اولیه فاما و مک بث (۱۹۷۳)، اعتبار مدل مدل قیمت گذاری دارایی های سرمایه ای را تصدیق کرد، با وجود این هم اکنون جامعیت مدل قیمت گذاری دارایی های سرمایه ای به طور جدی مورد پرسش است.

پژوهش های صورت گرفته درباره مدل های شرطی مدل قیمت گذاری دارایی های سرمایه ای (تهرانی، ۱۳۸۷) را می توان به ۲ گروه تقسیم کرد: ۱. پژوهشگرانی مانند هاروی (۱۹۸۹) از روش هایی مانند واریانس ناهمسانی شرطی اتورگرسیون و یا از روش عمومی گشتاورها استفاده کردند. ۲. پژوهش هایی که در آنها صرف ریسک در طول زمان تغییر می کنند و بر اساس یک

1. CML

مجموعه از مدل‌های رگرسیونی تخمین زده می‌شوند و از این طریق تغییرات ساختاری ممکن در نظر گرفته می‌شود.

علی روحی و محمد محقق ریاضی در مقاله‌ای با عنوان «ارزیابی عملکرد سبد اوراق بهادار مدل علمی میانگین-واریانس-چولگی در مقایسه با مدل علمی میانگین-واریانس» با تمرکز بر شرکت‌های سرمایه‌گذاری منتخب، محمد اصولیان، سید علی حسینی اسفیدواجانی و مبینا باقری در مقاله‌ای با عنوان «تحلیل شاخص کل با رهیافت آنتروپی» با تاکید بر کارآمد بودن تکنیک آنتروپی در حوزه‌های مختلف مدیریت مالی، با محاسبه مقدار آنتروپی در بازه‌های ماهانه، فصلی، شش ماهه و سالانه برای دو مقیاس -۵۰.۵۰ به بررسی رابطه علیت خطی، با استفاده از آزمون تودا-یاماموتو و گرنچر خطی پرداخته است. رضا راعی، استاد تمام دانشگاه تهران در سال ۱۳۹۶ در مقاله‌ای با عنوان «بهینه‌سازی پرتفو چند هدفه بر اساس میانگین، واریانس، آنتروپی و الگوریتم ازدحام ذرات»، معیاری جدید به نام آنتروپی را معرفی کرد که برخلاف واریانس، وابسته به تقارن توزیع بازده دارایی‌ها نیست و می‌توان از آن به عنوان معیاری جدید برای محاسبه ریسک سبد سهام در کنار واریانس استفاده کرد. احمد نبی‌زاده، استادیار دانشکده مدیریت دانشگاه خوارزمی و همکارانش نیز در مقاله‌ای علمی-پژوهشی «گشتاور مراتب بالاتر در بهینه سازی پرتفو» با در نظر گرفتن آنتروپی و استفاده از برنامه‌ریزی آرمانی چند جمله‌ای با استفاده از رویکرد برنامه‌ریزی آرمانی چند جمله‌ای بر اساس مدل میانگین - واریانس - چولگی - کشیدگی - آنتروپی و همچنین، الگوریتم جست‌وجوی مستقیم به عنوان الگوریتم بهینه‌سازی و اندازه‌گیری آنتروپی با استفاده از معیارهای شانون و جینی سیمپسون نشان می‌دهد که کارایی پرتفوی به دست آمده در حالت استفاده از آنتروپی جینی سیمپسون و شانون و به کارگیری الگوریتم جست‌وجوی مستقیم بهبود یافته است.

مفهوم آنتروپی را در بهینه‌سازی پرتفوی نخستین بار توسط فلیپاتوس و ویلسون (۱۹۷۲) مطرح شد. این دو پژوهشگر در پژوهش خود با پیشنهاد مفهوم میانگین - آنتروپی و بررسی آن روی ۵۰ سهم از سهام شاخص داو جونز، به مقایسه این روش با روش‌های سنتی پرداختند. آنها دریافتند که نتایج این روش با روش مارکویتز و مدل تک‌شاخصه شارپ، سازگار است. پس از آن، پژوهشگران زیادی نظریه انتخاب سهام با استفاده از مفهوم آنتروپی را گسترش دادند. پژوهشگران مختلف با طرح انواع مختلف آنتروپی، شکلهای تعمیم‌یافته‌ای از آنتروپی همچون آنتروپی افزایشی را در پژوهش‌های خود به کار بردند. زو و همکاران (۲۰۱۱) مسائل انتخاب

پرتفوی با استفاده از آنتروپی ترکیبی به منظور تخمین ریسک دارایی ناشی از هر دو عامل تصادفی و احتمالی، گسترش دادند. استا و کنترا (۲۰۱۱) مدل میانگین - واریانس - چولگی - آنتروپی را مطرح کردند که نسبت به مدل‌های سنتی انتخاب پرتفوی، در آزمون‌های خارج از نمونه عملکرد بهتری داشت. اندازه‌گیری آنتروپی اطلاعات - آنتروپی افزایشی - چولگی توسط ژو و همکاران (۲۰۱۳) برای انتخاب پرتفوی مطرح شد. نتیجه مقایسه عملکرد این مدل با دو مدل کلاسیک شامل مدل میانگین - واریانس مارکویتز و مدل میانگین - واریانس - چولگی در بازار شانگهای چین نشان‌دهنده برتری این روش نسبت به دو مدل دیگر بود. یو و همکاران (۲۰۱۷)، مدلی برای انتخاب پرتفوی مطرح کردند که در آن روش‌های بهبود تنوع سرمایه‌گذاری و پیش‌بینی بازده ترکیب شده است. آنها مدل آنتروپی یاگر و مدل آریما را ترکیب کردند و نشان دادند که مدل آنتروپی نسبت به مدل میانگین - واریانس، کارایی بالاتر، هزینه‌های معاملاتی کمتر و تنوع بالاتری در پرتفوی حاصل می‌کند، آنتروپی در زمینه قیمت‌گذاری نیز کاربرد دارد. مثالی از این حوزه، «نظریه قیمت‌گذاری آنتروپی» معرفی شده توسط گولکو (۱۹۹۷) است. نتایج این پژوهش نشان داد که EPT می‌تواند نتایج مقداری مشابهی با مدل قیمت‌گذاری دارایی شارپ - لیتنر و رابطه بلک - شولز ارائه کند. گولکو همچنین EPT را در قیمت‌گذاری سهام به کار گرفت. ارمس و همکاران (۲۰۱۴) در پژوهش خود نشان دادند که آنتروپی به عنوان یک معیار اندازه‌گیری ریسک، مزایای پارامتر اندازه‌گیری ریسک در مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای (بتا) و انحراف معیار استاندارد را ترکیب می‌کند. برپایه نتایج، هر دو آنتروپی شانون و رنی، تخمین ریسک معتبری ارائه دادند و آنتروپی نسبت به مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای، قدرت بیشتری در توضیح بازده موردانتظار داشت.

روش‌شناسی پژوهش

متغیرها شامل واریانس، میانگین، چولگی، کشیدگی و آنتروپی پس از پردازش داده‌ها، برای پیاده‌سازی آنها از نرم‌افزار Matlab استفاده شده است. در مرحله نخست، میانگین، واریانس، چولگی، کشیدگی و آنتروپی در جامعه آماری نمونه محاسبه خواهد شد، سپس برای ارزیابی پرتفو جامعه نمونه از معیار ترینر و برای ارزیابی پرتفوی خارج از نمونه از معیار شارپ استفاده می‌کنیم. در مرحله سوم عملکرد پرتفو در روش

MVSKE بر اساس بازدهی سالانه پرتفو جامعه نمونه بر اساس نسبت شارپ و در مرحله پایانی نتایج تفسیر و بررسی می شوند.

در خصوص جامعه آماری پژوهش یادشده، ۳۵ شرکت بزرگ پذیرفته شده در بازار سرمایه شامل بورس تهران و فرابورس انتخاب شده اند و دوره مطالعاتی این پژوهش از فروردین ۱۳۹۲ تا ۲۹ اسفندماه ۱۴۰۱ به مدت ۱۰ سال است، ۳۵ شرکت بزرگ با توجه به ارزش بازار آنها انتخاب شده و سعی شده حتی الامکان پایان سال مالی آنها یکسان بوده و نماد بیش از ۳ ماه توقف معاملاتی پیوسته نداشته باشد.

برای جمع آوری جامعه آماری در این پژوهش از آرشیو سایت بورس اوراق بهادار تهران، نرم افزار ره آورد نوین، بورس ویو و tseclient استفاده خواهد شد. همچنین داده های مربوط به گروه تامین سرمایه به واسطه اینکه بیش از یک دهه از فعالیت آنها نمی گذرد، نیز از داده ها حذف شده اند. پس از گردآوری داده ها و غربالگری آنها، از نرم افزار Matlab برای نوشتن کدها و تجزیه و تحلیل نهایی داده ها استفاده شده است.

یافته های پژوهش

تفکیک زمانی داده ها: در مرحله اول تمامی داده های مربوط به بازه ی زمانی فروردین ۱۳۹۲ تا اسفند ۱۴۰۱ تمامی نمادها تفکیک شد.

ویژگی موردنظر: از قیمت تعدیلی به عنوان ویژگی برای بررسی مدل MVSKE و مدل MVSKE استفاده شد. به طوری که برای هر صنعت، اطلاعات ۵ نماد در کنار همدیگر قرار گرفتند.

حذف داده های فاقد اطلاعات: روزهای تعطیل از دادگان حذف شدند، علاوه بر آن در برخی روزها اطلاعات قیمت تعدیلی در سهام برخی از نمادها منظور نشده بود، در نتیجه اطلاعات مربوط به آن روز به طور کل از دادگان حذف شد.

تبدیل قیمت تعدیلی به return: از آنجایی که قیمت یک کمیت نسبی است و برای مقایسه بین سهام مختلف ما نیاز به یک کمیت مطلق نیاز داریم. در نتیجه برای حل این موضوع از کمیت بازده استفاده می کنیم که برای سهم Δ ام، برای زمان t مطابق فرمول زیر تعریف می شود. در این رابطه $P_i(t)$ قیمت تعدیلی سهام است.

$$r_i(t) = \frac{P_i(t+1) - P_i(t)}{P_i(t)}$$

توصیف داده‌ها: مهم‌ترین فرض برای استفاده از مدل MV این است که داده‌ها از توزیع نرمال پیروی می‌کنند در جدول‌های ۱ تا ۹، چهار گشتاور اول هر یک از نمادها محاسبه شده و افزون بر آن از آزمون کولموگراف اسمرینوف برای تعیین نرمال بودن توزیع استفاده شده است. در این آزمون با $p \text{ value} = 0.05$ در صورتی که توزیع داده‌ها نرمال باشد، صفر و در غیر این صورت با عدد ۱ مشخص شده است. در جدول ۹ نیز برآیند اطلاعات هر صنعت به صورت مشابه بررسی شده است.

جدول ۱. سهام بانکی

ردیف	بانکی	میانگین	واریانس	چولگی	کشدگی	آزمون کولموگراف اسمرینوف
۱	وکار	۰.۰۰۲۶	۰.۰۰۰۸۷	-۰.۲۰	۳۴.۴۱	۱
۲	وتجارت	۰.۰۰۳۰	۰.۰۰۱۴۱	۴.۶۱	۷۶.۲۷	۱
۳	ویاسارگاد	۰.۰۰۲۹	۰.۰۰۰۹۸	۶.۳	۹۱.۴۶	۱
۴	وملت	۰.۰۰۳۳	۰.۰۰۱۱۶	۴.۲۶	۶۴.۷۲	۱
۵	وبصادر	۰.۰۰۲۷	۰.۰۰۱۲۵	۳.۳۲۵	۴۴.۰۶	۱

جدول ۲. سهام خودرویی

ردیف	خودرویی	میانگین	واریانس	چولگی	کشدگی	آزمون کولموگراف اسمرینوف
۱	خودرو	۰.۰۰۳۸	۰.۰۰۲۴	۷.۳۶۶	۱۳۰.۷۰	۱
۲	خسایا	۰.۰۰۳۵	۰.۰۰۲۹	۱۲.۵۴	۲۸۳.۱۷	۱
۳	خزامیا	۰.۰۰۳۹	۰.۰۰۲۴	۶.۲۷	۸۶.۳۶	۱
۴	خپارس	۰.۰۰۴۴	۰.۰۰۵۶	۲۱.۱۹	۶۴۲.۷۹	۱
۵	خبهن	۰.۰۰۳۸	۰.۰۰۲۱	۹.۳۳	۱۹۴.۰۵	۱

جدول ۳. سهام شیمیایی

ردیف	شیمیایی	میانگین	واریانس	چولگی	کشدگی	آزمون کولموگراف اسمرینوف
۱	فارس	۰.۰۰۲۵	۰.۰۰۰۶۵	۱.۴۳	۲۰.۳۶	۱
۲	خارک	۰.۰۰۲۷	۰.۰۰۰۶۶	۱.۵۰	۱۳.۰۵	۱
۳	شپدیس	۰.۰۰۲۸	۰.۰۰۰۸۲	۳.۰۵	۴۱.۰۶	۱
۴	تاپیکو	۰.۰۰۲۶	۰.۰۰۰۹۱	۱.۳۷	۱۹.۳۴	۱
۵	پارسان	۰.۰۰۲۸	۰.۰۰۰۸۶	۲.۱۴	۲۹.۷۳	۱

جدول ۴. سهام هلدینگ

ردیف	هلدینگ	میانگین	واریانس	چولگی	کشیدگی	آزمون کولموگراف اسمرینف
۱	ومعدن	۰.۰۰۲۵	۰.۰۰۰۸۹	۱.۹۲	۲۳.۰۷	۱
۲	وغدیر	۰.۰۰۲۶	۰.۰۰۰۸	۰.۹۷	۴۳.۲۹	۱
۳	وصندق	۰.۰۰۲۹	۰.۰۰۰۷۷	۲.۱۹	۳۵.۹۴	۱
۴	ویانک	۰.۰۰۳۲	۰.۰۰۰۹۶	۲.۹۴	۵۵.۱۱	۱
۵	وامید	۰.۰۰۲۶	۰.۰۰۰۶۱	۰.۵۵	۷.۸۹	۱

جدول ۵. سهام فلزات اساسی

ردیف	فلزات	میانگین	واریانس	چولگی	کشیدگی	آزمون کولموگراف اسمرینف
۱	کگل	۰.۰۰۲۳	۰.۰۰۰۸۶	۲.۷۹	۲۵.۲۰	۱
۲	کچاد	۰.۰۰۲۶	۰.۰۰۰۸۷	۲.۹۹	۲۷.۹۳	۱
۳	فولاد	۰.۰۰۲۹	۰.۰۰۰۸۸	۲.۸۲	۲۶.۹۲	۱
۴	فخوز	۰.۰۰۲۶	۰.۰۰۱۱	۳.۲۲	۳۴.۴۹	۱
۵	ذوب	۰.۰۰۲۰	۰.۰۰۱۳	۱.۹۱	۲۱.۸۱	۱

جدول ۷. سایر سهام

ردیف	سایر سهام	میانگین	واریانس	چولگی	کشیدگی	آزمون کولموگراف اسمرینف
۱	رمپنا	۰.۰۰۳۰	۰.۰۰۱۲	۳.۵۶	۶۰.۹۲	۱
۲	رانفور	۰.۰۰۲۵	۰.۰۰۰۷۱	۱.۴۶	۱۳.۸۲	۱
۳	حکشتی	۰.۰۰۴۷	۰.۰۰۰۷۳	۲۱.۳	۵۳۷.۳۵	۱
۴	اخابر	۰.۰۰۲۲	۰.۰۰۱۲	۸.۶۹	۱۹۶.۰۲	۱
۵	همراه	۰.۰۰۲۳	۰.۰۰۱۲	۱۶.۰۲	۴۴۹.۳۷	۱

جدول ۸. سهام پالایشی

ردیف	پالایشی	میانگین	واریانس	چولگی	کشیدگی	آزمون کولموگراف اسمرینف
۱	شبریز	۰.۰۰۳۰	۰.۰۰۲۲	۵.۵۶	۱۲۴.۰۱	۱
۲	شترن	۰.۰۰۳۲	۰.۰۰۱۸	۱.۵۵	۴۸.۰۱	۱
۳	شپنا	۰.۰۰۳۳	۰.۰۰۱۳	-۰.۳۹	۳۹.۳۶	۱
۴	شبهرن	۰.۰۰۳۷	۰.۰۰۱۳	۸.۱	۱۵۹.۵۵	۱
۵	شبندر	۰.۰۰۳۴	۰.۰۰۲۱	۴.۸۲	۱۱۳.۶۸	۱

جدول ۹. برآیند سهام در هر صنعت

ردیف	صنعت	میانگین	واریانس	چولگی	کشدگی	آزمون کولموگراف اسمرینف
۱	بانک	۰.۰۰۲۶	۰.۰۰۰۵۹	۵.۱۸	۸۶.۴۷	۱
۲	خودرو	۰.۰۰۳۳	۰.۰۰۱۲۴	۷.۸۶	۱۰۸.۹۳	۱
۳	شیمیایی	۰.۰۰۲۶	۰.۰۰۰۴۷	۲.۵۳	۳۳.۵۲	۱
۴	هلدینگ	۰.۰۰۲۵	۰.۰۰۰۴۱	۲.۵۵	۶۵.۷۵	۱
۵	فلزات اساسی	۰.۰۰۲۱	۰.۰۰۰۴۱	۳.۰۸	۲۷.۸۵	۱
۶	سایر	۰.۰۰۲۵	۰.۰۰۱۰۰	۱۸.۰۴	۵۰۳.۲۶	۱
۷	پالایشی	۰.۰۰۲۹	۰.۰۰۰۹۶	۵.۸۹	۱۲۱.۶۷	۱

پردازش

با توجه به مقاله مرجع پژوهش، مدل MVSK مطابق فرمول‌های زیر تعریف شده می‌شود:

$$\text{Min} \sigma_p^2(X) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_i W_j \text{Cov}_{i,j}$$

$$\text{Max} \bar{R} \cdot (x) = \sum_{j=1}^n R_j W_j$$

$$\text{Max} S_p(x) = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n E(R_i R_j R_k) W_i W_j W_k}{\left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_i W_j \text{Cov}_{i,j} \right)^{3/2}}$$

$$\text{Min} K_p(x) = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n E(R_i R_j R_k R_l) W_i W_j W_k W_l}{\left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_i W_j \text{Cov}_{i,j} \right)^2}$$

$$\text{Subject to } \bar{R}_p \geq \sum_{j=1}^n R_j W_j$$

$$\sum w_i = I, W_i \geq 0$$

در این مدل ما به دنبال آن هستیم تا مقادیر وزن‌های W را به گونه‌ای به دست آوریم میانگین پرتفوی p بیشینه، واریانس کمینه، چولگی بیشینه و کشیدگی کمینه شود. حل این مسئله بهینه‌سازی

با استفاده از الگوریتم برنامه ریزی آرمانی چند جمله‌ای (PGP^۱) استفاده شده است. این روش به صورت دومرحله‌ای پیاده‌سازی می‌شود. در مرحله اول مقادیر بهینه را برای هر یک از توابع میانگین $\langle R_{pe}^* \rangle$ ، واریانس $\langle V_p^* \rangle$ ، چولگی $\langle S_p^* \rangle$ و کشیدگی $\langle K_p^* \rangle$ با استفاده از برنامه ریزی خطی و غیر خطی به صورت مجزا محاسبه می‌کنیم. روابط در خصوص بهینه‌سازی این بخش به شرح زیر است:

$$\text{Maximize } R_{pe}^* = w^T M$$

$$\text{Subject to } W^T 1_N = 1$$

$$W \geq 0$$

$$\text{Minimize } V_p^* = W^T V W$$

$$\text{Subject to } W^T 1_N = 1$$

$$W \geq 0$$

$$\text{Maximize } S_p^* = E(W^T (R - M))^2$$

$$\text{Subject to } W^T 1_N = 1$$

$$W \geq 0$$

$$\text{Minimize } K_p^* = (W^T (R - M))^4$$

$$\text{Subject to } W^T 1_N = 1$$

$$W \geq 0$$

$$\text{Maximize } E_s^* = -W^T (\ln w)$$

$$\text{Subject to } W^T 1_N = 1$$

$$W \geq 0$$

در مرحله دوم مدل بهینه MVSK با استفاده از الگوریتم PGP و مقادیر بهینه به صورت تابع Z تعریف می‌شود و با کمینه کردن این تابع، وزن‌های نهایی مربوط به مدل MVSK محاسبه می‌شوند.

$$\text{minimize } Z = \left(1 + \left|\frac{d_1}{R_{pe}^*}\right|\right)^{\lambda_x} + \left(1 + \left|\frac{d_2}{V_p^*}\right|\right)^{\lambda_x} + \left(1 + \left|\frac{d_3}{S_p^*}\right|\right)^{\lambda_x} + \left(1 + \left|\frac{d_4}{K_p^*}\right|\right)^{\lambda_x}$$

$$\text{Subject to: } W^T M + d_1 = R_{ps}^*$$

$$W^T VM + d_2 = V_p^*$$

$$E(W^T(R - M))^3 + d_3 = S_p^*$$

$$(W^T(R - M))^4 + d_4 = K_p^*$$

$$W^T 1_N = 1$$

$$W \geq 0$$

در این الگوریتم مقادیر λ به صورت باینری (۰ و ۱) مشخص می‌شوند. به طوری که اگر برای تمامی λ مقدار ۱ در نظر گرفته شود، وزن‌های مدل MVSK به دست می‌آید و اگر تنها برای λ_1 و λ_2 مقادیر ۱ را در نظر گیریم و λ_3 و λ_4 صفر باشد، وزن‌های مدل MV را محاسبه می‌کنیم.

به صورت مشابه برای مدل MVSKE نیز از الگوریتم بالا استفاده شده است، با این تفاوت که با اضافه شدن رابطه آنتروپی شانون در مدل، وزن‌های به دست آمده تحت تاثیر شرایط بیشینه‌سازی آنتروپی محاسبه می‌شود.

تابع Z نیز به صورت زیر تغییر می‌یابد.

$$\begin{aligned} \text{minimize } Z = & \left(1 + \left|\frac{d_1}{R_{ps}^*}\right|\right)^{\lambda_1} + \left(1 + \left|\frac{d_2}{V_p^*}\right|\right)^{\lambda_2} + \left(1 + \left|\frac{d_3}{S_p^*}\right|\right)^{\lambda_3} \\ & + \left(1 + \left|\frac{d_4}{K_p^*}\right|\right)^{\lambda_4} + \left(1 + \left|\frac{d_5}{E_S^*}\right|\right)^{\lambda_5} \end{aligned}$$

$$\text{Subject to: } W^T M + d_1 = R_{ps}^*$$

$$W^T VW - d_2 = V_p^*$$

$$E(W^T(R - M))^3 + d_3 = S_p^*$$

$$(W^T(R - M))^4 - d_4 = K_p^*$$

$$W^T(\ln w) + d_5 = E_S^*$$

$$W^T 1_N = 1$$

$$W \geq 0$$

یافته‌های پژوهش

در جدول ۱۰، نتایج مدل MVSK و MVSKE ارایه شده است، مقادیر بهینه در واقع همان مقادیری هستند که در مرحله اول پیاده‌سازی الگوریتم محاسبه شده‌اند، هدف ما این است که مدلی طراحی کنیم که به این مقادیر نزدیک باشند. برای هر صنعت مقادیر بهینه، مقادیر حاصل از مدل MVSK و MVSKE ارایه شده است، افزون بر آن نتایج در حالتی که وزن‌ها را بدون بهینه سازی برابر با $n/1$ در نظر بگیریم (n برابر است با تعداد سهم) نیز ارایه شده است.

جدول ۱۰. نتایج مدل MVSK و MVSKE به تفکیک هر صنعت

صنعت	شرح	میانگین بازدهی	میانگین واریانس	میانگین چولگی	میانگین کشیدگی	میانگین آنتروپی
بانک	مقادیر بهینه	۰.۰۰۳۳	۰.۰۰۰۵۳	۷.۵	۲۵	۱
	نتیجه مدل MVSK	۰.۰۰۲۸	۰.۰۰۰۶۴	۱.۸	۲۵	۰.۳۸
	نتیجه مدل MVSKE	۰.۰۰۲۹	۰.۰۰۰۶۲	۲.۱	۳۱	۰.۶۳
	وزن ثابت $1/n$	۰.۰۰۳۰	۰.۰۰۰۶۷	۵.۲	۷۸	۱
	مقادیر بهینه	۰.۰۰۴۵	۰.۰۰۱۲	۲۱	۸۷	۱
خودرو	نتیجه مدل MVSK	۰.۰۰۴۰	۰.۰۰۱۳	۶.۹	۸۸	۰.۶۳
	نتیجه مدل MVSKE	۰.۰۰۴۰	۰.۰۰۱۲	۸.۱	۱۰۰	۰.۹۷
	وزن ثابت $1/n$	۰.۰۰۳۹	۰.۰۰۱۳	۸.۶	۱۲۰	۱
	مقادیر بهینه	۰.۰۰۲۹	۰.۰۰۰۳۳	۳.۴	۲۰	۱
	نتیجه مدل MVSK	۰.۰۰۲۷	۰.۰۰۰۳۶	۱.۶	۱۶	۰.۶۸
شیمیایی	نتیجه مدل MVSKE	۰.۰۰۲۷	۰.۰۰۰۳۴	۱.۹	۲۰	۰.۸۳
	وزن ثابت $1/n$	۰.۰۰۲۷	۰.۰۰۰۳۸	۲.۷	۳۷	۱
	مقادیر بهینه	۰.۰۰۳۳	۰.۰۰۰۳۷	۳.۴	۷.۹	۱
	نتیجه مدل MVSK	۰.۰۰۲۷	۰.۰۰۰۵۱	۰.۶۴	۹.۴	۰.۳۳
	نتیجه مدل MVSKE	۰.۰۰۲۷	۰.۰۰۰۴۵	۰.۷۵	۱۲	۰.۵۵
هلدینگ	وزن ثابت $1/n$	۰.۰۰۲۸	۰.۰۰۰۴۰	۲.۳	۵۳	۱
	مقادیر بهینه	۰.۰۰۲۹	۰.۰۰۰۴۱	۴.۵	۱۵	۱
	نتیجه مدل MVSK	۰.۰۰۲۷	۰.۰۰۰۵۱	۰.۶۴	۹.۴	۰.۳۳
	نتیجه مدل MVSKE	۰.۰۰۲۷	۰.۰۰۰۴۵	۰.۷۵	۱۲	۰.۵۵
	وزن ثابت $1/n$	۰.۰۰۲۸	۰.۰۰۰۴۰	۲.۳	۵۳	۱
فلزات	مقادیر بهینه	۰.۰۰۲۹	۰.۰۰۰۴۱	۴.۵	۱۵	۱

نتیجه مدل MVSK	۰.۰۰۲۳	۰.۰۰۰۴۵	۲.۴	۱۸	۰.۶۷
نتیجه مدل MVSKE	۰.۰۰۲۴	۰.۰۰۰۴۴	۲.۶	۲۱	۰.۸۷
وزن ثابت 1/n	۰.۰۰۲۵	۰.۰۰۰۴۵	۳.۸	۳۵	۱
مقادیر بهینه	۰.۰۰۴۷	۰.۰۰۰۴۹	۲۲	۱۴	۱
نتیجه مدل MVSK	۰.۰۰۲۶	۰.۰۰۰۶۰	۱.۵	۱۵	۰.۲۳
نتیجه مدل MVSKE	۰.۰۰۲۶	۰.۰۰۰۵۸	۱.۶	۱۷	۰.۳۰
وزن ثابت 1/n	۰.۰۰۳۰	۰.۰۰۰۱۱	۱۹	۴۹۰	۱
مقادیر بهینه	۰.۰۰۳۷	۰.۰۰۰۶۷	۱۱	۴۸	۱
نتیجه مدل MVSK	۰.۰۰۳۵	۰.۰۰۰۶۷	۳.۲	۵۳	۰.۶۶
نتیجه مدل MVSKE	۰.۰۰۳۵	۰.۰۰۰۶۷	۳.۳	۵۴	۰.۶۹
وزن ثابت 1/n	۰.۰۰۳۴	۰.۰۰۰۹۱	۴.۷	۱۱۰	۱

در جدول ۱۱ نتایج مدل‌های EMW (وزن ثابت)، MVSK و MVSKE برای هر صنعت،
ارایه شده است. از سه معیار میانگین، انحراف معیار و معیار شارپ برای بررسی عملکرد هر مدل
در هر صنعت استفاده شد.

جدول ۱۱. مقایسه نتایج به تفکیک صنایع

صنعت	شرح	r_p	δ_p	Sharpe ratio
بانک	نتیجه مدل MVSK	۰.۰۰۲۷۹۸	۰.۰۲۵۲۲	۰.۱۱۱۰
	نتیجه مدل MVSKE	۰.۰۰۲۸۶۸	۰.۰۲۴۹۷	۰.۱۱۴۹
	مدل EMW	۰.۰۰۲۹۵۲	۰.۰۲۵۸۲	۰.۱۱۴۳
خودرو	نتیجه مدل MVSK	۰.۰۰۳۹۵۶	۰.۰۳۵۸۵	۰.۱۱۰۴
	نتیجه مدل MVSKE	۰.۰۰۳۹۶۳	۰.۰۳۴۹۹	۰.۱۱۳۳
	وزن ثابت 1/n	۰.۰۰۳۹۳۳	۰.۰۳۵۶۴	۰.۱۱۰۳
شیمیایی	نتیجه مدل MVSK	۰.۰۰۲۶۷۹	۰.۰۱۹۱۰	۰.۱۴۰۳
	نتیجه مدل MVSKE	۰.۰۰۲۶۸۶	۰.۰۱۸۴۶	۰.۱۴۵۵
	وزن ثابت 1/n	۰.۰۰۲۷۲۳	۰.۰۱۹۳۸	۰.۱۴۰۵
هلدینگ	نتیجه مدل MVSK	۰.۰۰۲۶۷۸	۰.۰۲۲۴۹	۰.۱۱۹۱

Sharpe ratio	δ_p	r_p	شرح	صنعت
۰.۱۲۶۵	۰.۰۲۱۲۱	۰.۰۰۲۶۸۳	نتیجه مدل MVSKE	فلزات
۰.۱۴۰۰	۰.۰۲۰۰۶	۰.۰۰۲۸۰۸	وزن ثابت 1/n	
۰.۱۰۹۰	۰.۰۲۱۱۸	۰.۰۰۲۳۰۹	نتیجه مدل MVSK	
۰.۱۱۲۹	۰.۰۲۰۸۷	۰.۰۰۲۳۵۵	نتیجه مدل MVSKE	فلزات
۰.۱۱۸۹	۰.۰۲۱۱۴	۰.۰۰۲۵۱۴	وزن ثابت 1/n	
۰.۱۰۴۶	۰.۰۲۴۵۸	۰.۰۰۲۵۷۱	نتیجه مدل MVSK	
۰.۱۰۷۴	۰.۰۲۴۰۴	۰.۰۰۲۵۸۲	نتیجه مدل MVSKE	سایر
۰.۰۸۸۴۵	۰.۰۳۳۷۵	۰.۰۰۲۹۸۵	وزن ثابت 1/n	
۰.۱۳۴۳	۰.۰۲۵۸۴	۰.۰۰۳۴۷۱	نتیجه مدل MVSK	
۰.۱۳۴۲	۰.۰۲۵۸۵	۰.۰۰۳۴۷۰	نتیجه مدل MVSKE	پالایش
۰.۱۱۱۶	۰.۰۳۰۱۱	۰.۰۰۳۳۶۰	وزن ثابت 1/n	

در جدول ۱۲ نتایج پیاده سازی الگوریتم برای ۳۵ سهم به صورت همزمان آورده شده و در جدول ۱۳ نتایج مدل های EMW (وزن ثابت)، MVSK و MVSKE باهم مورد مقایسه قرار گرفته است.

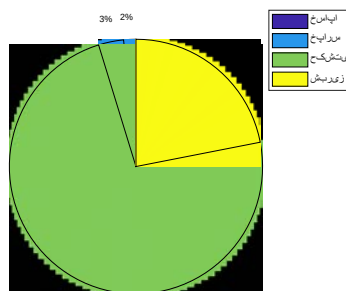
جدول ۱۲. نتایج مدل MVSK و MVSKE ترکیب سهام

شرح	میانگین بازدهی	میانگین واریانس	میانگین چولگی	میانگین کشیدگی	میانگین آنتروپی اطلاعاتی
مقادیر بهینه	۰.۰۳۸۲	۰.۰۰۴۸	۱۴.۱۴	۱۲.۷۶	۱
نتیجه مدل MVSK	۰.۰۱۶۸	۰.۰۰۵۴	۲.۵۴	۱۲.۸۶	۰.۲۰
نتیجه مدل MVSKE	۰.۰۱۷۱	۰.۰۰۵۴	۲.۸۵	۱۴.۵۳۳	۰.۳۸
وزن ثابت 1/n	۰.۰۲۰۸	۰.۰۱۵۵	۸.۶۵	۹۲.۹۹	۱

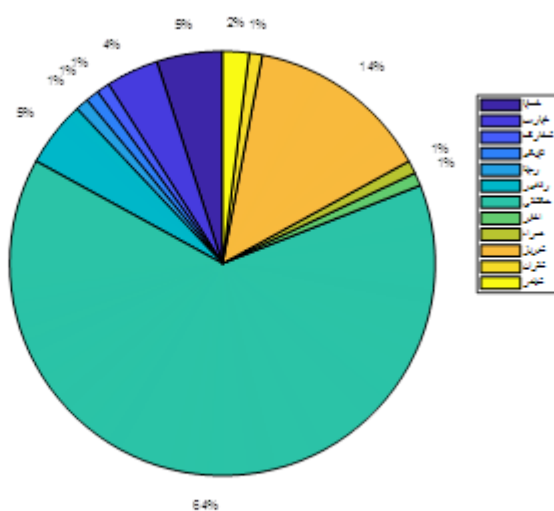
جدول ۱۳. مقایسه نتایج به ترکیب صنایع

شرح	r_p	δ_p	Sharpe ratio
نتیجه مدل MVSK	۰.۰۰۲۷۹۸	۰.۰۲۵۲۲	۰.۱۱۱۰
نتیجه مدل MVSKE	۰.۰۰۲۸۶۸	۰.۰۲۴۹۷	۰.۱۱۴۹
مدل EMW	۰.۰۰۲۹۵۲	۰.۰۲۵۸۲	۰.۱۱۴۳

در حالت ترکیب سهام‌ها برای مدل MVSK، به جز وزن‌های مربوط به سهام خسایا، خپارس، حکشتی و شبریز، وزن سایر سهام‌ها به طور تقریبی بسیار نزدیک صفر محاسبه شد. در شکل ۱ نمودار دایره‌ای مربوط به این مدل نمایش داده شده است. در مدل MVSKE توزیع احتمال وزن‌ها شامل ۱۲ سهم بوده که در نمودار شکل ۲ نمایش داده شده است.



شکل ۱. وزن‌های مدل MVSK



شکل ۲. ضرایب مدل MVSKE

References

- Aksarayli, M; & Pala, O. (2018), a polynomial goal programming model for portfolio optimization based on entropy and higher moments. *Expert Systems with Application, Modern Economy*, 10. (6), 185-192.
- Aracioglu, B; Demircan, F; & Soyuer, H. (2011). Mean –Variance- Skewness-kurtosis approach to portfolio optimization: An application Istanbul Stock Exchange. *Ege Academic Review*, 11, 9-17
- Alexander, G. J; & Baptista, A. M. (2004). A comparison of VaR and CVaR constraints on portfolio selection with the mean-variance model. *Management science*, 50(9), 1261-1273.
- Andersson, F; Mausser, H; Rosen, D; & Uryasev, S. (2001).Credit risk optimization with conditional value-at-risk criterion. *Mathematical Programming*, 89(2), 273-291.
- Arditti, F. D; & Levy, H. (1975). Portfolio efficiency analysis in three moments: the multiperiod case. *The Journal of Finance*, 30(3), 797-809.
- Artzner, P; Delbaen, F; Eber, J. M; & Heath, D. (1999). Coherent measures of risk. *Mathematical finance*, 9(3), 203-228.
- Ben-Tal, A; & Nemirovski, A. (1998). Robust convex optimization. *Mathematics of operations research*, 23(4), 769-805.
- Ben-Tal, A; & Nemirovski, A. (2002).Robust optimization–methodology and applications. *Mathematical Programming*, 92(3), 453-480.
- Brodt, A. I. (1983). Min-max life: A multi-period optimization model for life insurance company investment decisions. *Insurance: mathematics and Economics*, 2(2), 91-102.
- Chen, Y; Liu, Y. K; & Chen, J. (2006). Fuzzy portfolio selection problems based on credibility theory. *Advances in Machine Learning and Cybernetics*, 377-386.
- Didekhani, H. Hojjatiastani, S. (2016) Presenting a fuzzy multi objective model for portfolio selection based on value at risk, semi-skewness and fuzzy credibility theory, 8 (320), 228-239. (In Persian).
- Goncalves, G; & Wanke, Peter; (2022), a higher order portfolio optimization model incorporating information entropy. <https://journals. Elsevier.com/intelligent-systems-with-applications>
- Jones, Charles. P; (2013), Investment Management, Translation and Adaptation by Reza Tehrani and Asgar Nourbakhsh, Tehran: Negah Danesh Publishing. Eleventh edition. (In Persian).
- Mirlohi, M; Tehrani, R. Abbasian, E; Jaberizadeh, A (2021), Comparison of the Performance of Genetic and Hunting Search Algorithms in Portfolio Optimization Using Mean-Variance Model Based on Fuzzy Logic in Tehran Stock Exchange, *Stock Exchange Quarterly*, 13, (52), 71-95. (In Persian).
- Nabizadeh, A. Behzadi, A. (2013) Higher Moments Portfolio Optimization Considering Entropy based on Polynomial Idealistic Programming. *Financial Research Journal*, 20 (2), 193-210. (In Persian).
- Rai, Reza; Ali, Saeedi; (2017), Fundamentals of Financial Engineering and Risk Management, Tehran, Soroushgan Publications. (In Persian).
- Riley, Frank K; Brown, Keith, (2017), Investment Analysis and Portfolio Management, Translated by Gholamreza Eslami Bidgoli, Farshad Hibati, Fereydoon Rahnamai Rudpashti, First Edition, Tehran, Research Institute of Economic Affairs. (In Persian).
- Tehrani, R. Belgorian, M. Nabizadeh, A. (2009) Examination of the Effect of Skewness and Excess Kurtosis on Stock Returns Description through Capital Asset Pricing Model, *Stock Exchange Quarterly*, 1, (4), 52-35. (In Persian).