

## Forecasting Volatility with Component Conditional Autoregressive Range Model<sup>1</sup>

Mohammad Mahdi Bahrololoum<sup>2</sup>, Mostafa Sargolzaee<sup>3</sup>,  
Maryam Habibi Siahpoosh<sup>4</sup>

Receive Date: 26 April 2023

Revise Date: 10 November 2023

Accept Date: 16 November 2023

Publish Date: 19 November 2025

Research Paper

### Highlights

- Introducing the range-based volatility modelling approach for the Tehran Stock Exchange for the first time.
- Demonstrating that CCARR (Component Conditional Autoregressive Range) outperforms conventional return-based GARCH and CGARCH models in an emerging market context.
- Evidence of significant long-memory (persistent) volatility in the Tehran Stock Exchange index, justifying the use of two-component models.
- Showing that range data (high-low price movements) provide superior information for volatility prediction compared to closing-price returns in this market.
- Implications for portfolio management, derivative pricing and risk measurement in emerging markets through improved volatility forecasts.

### Abstract

The purpose of this research is to develop an appropriate model for forecasting the volatility of a broad market index. In this study, the CCARR model is proposed for volatility forecasting, and its estimation results are compared with those of the popular GARCH, CGARCH, and CARR models. The model is intuitive and convenient to implement using the maximum likelihood estimation method. While the GARCH and CGARCH models use price returns, the CARR and CCARR models rely on price ranges to predict volatility. The CCARR and CGARCH models assume that the price range consists of both a long-run (trend) component and a short-run (transitory) component, which together capture the long-memory property of volatility. Daily data from the Tehran Stock Exchange index, covering the period 2009–2022 and including high, low, and closing prices, are employed. The results indicate that range-based models, such as the CARR and CCARR, fit the data better than return-based models. Moreover, two-component models provide a superior fit compared with one-component models. Overall, the CCARR model generates more accurate out-of-sample volatility forecasts than the conventional GARCH, CGARCH, and CARR models.

**Keywords:** Volatility Forecasting, Price Range, Price Return, Long Memory, Maximum Likelihood.

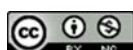
**JEL Classification:** G17, C5, C32.

1. doi: [10.22034/JSE.2023.12191.2135](https://doi.org/10.22034/JSE.2023.12191.2135)

2. Assistant Professor, Department of Finance and Banking, Faculty of Management & Accounting, Allameh Tabataba'i University, Tehran, Iran. (Corresponding Author). ([m.bahrololoum@atu.ac.ir](mailto:m.bahrololoum@atu.ac.ir)).

3. Assistant Professor, Department of Finance and Banking, Faculty of Management & Accounting, Allameh Tabataba'i University, Tehran, Iran. ([mostafa.sargolzaei@atu.ac.ir](mailto:mostafa.sargolzaei@atu.ac.ir)).

4. M.Sc. Student, Department of Finance and Banking, Faculty of Management & Accounting, Allameh Tabataba'i University, Tehran, Iran. ([habibi\\_maryam@atu.ac.ir](mailto:habibi_maryam@atu.ac.ir)).



Copyright © 2025 The Authors. Published by Securities and Exchange Organization.  
This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>). Non-commercial uses of the work are permitted, provided the original work is properly cited.

**Cite This Article:** Bahrololoum, Mohammad Mahdi; Sargolzaee, Mostafa; Habibi Siahpoosh, Maryam. (2025). Forecasting Volatility with Component Conditional Autoregressive Range Model. *Quarterly Journal of Securities Exchange*, 18 (71), 185-208. <http://10.22034/JSE.2023.12191.2135>.

## Introduction

Volatility forecasting is a central task in financial market analysis, critical for effective portfolio management, derivative pricing, and risk assessment. The Tehran Stock Exchange (TSE), as a pivotal institution for capital accumulation and economic development, demands robust models capable of accurately predicting asset return volatility to support investment decisions and financial stability. This research investigates the forecasting of TSE volatility using the Component Conditional Autoregressive Range (CCARR) model, a state-of-the-art approach that leverages high-frequency price range data instead of conventional closing prices, enabling more precise capture of market dynamics.

Equity markets inherently encompass risk, primarily manifested through volatility or fluctuations in asset returns. Volatility serves as a fundamental variable influencing portfolio selection, risk management, derivative valuation, and regulatory capital determination. Conventional volatility forecasting models, largely based on closing price returns, often neglect the intraday price movement information contained in daily high and low prices. Such omission potentially leads to an underestimation of volatility and suboptimal management strategies. Recognizing this, recent advances include models utilizing price ranges to better reflect true variability.

The CCARR model extends the seminal Conditional Autoregressive Range (CARR) model by incorporating two components reflecting long-term persistent trends and short-term transient volatility dynamics. This dual-component structure enables the model to account for the empirically observed long memory property in financial markets, wherein shocks to volatility have prolonged effects and clustering. The CCARR model is estimated through maximum likelihood using daily TSE data from 2009 to 2022, encompassing high, low, and closing prices, offering rich granularity.

## Methodology

This empirical study employs four benchmark models: GARCH and CGARCH representing return-based volatility frameworks, and CARR and CCARR embodying range-based approaches. The GARCH model, established by Bollerslev (1986), captures time-varying volatility but lacks explicit long-memory consideration. CGARCH introduces components to model both short- and long-term volatilities, improving over GARCH in capturing persistence. Conversely, CARR models volatility through daily price ranges, as proposed by Chou (2005), which empirically better reflects realized volatility than return-based methods. The CCARR model innovates further by introducing a two-component structure, decomposing volatility into a long-run trend and a short transient component, facilitating

superior modeling of long memory effects, supported theoretically and validated empirically.

Model parameters are estimated within a likelihood framework, adopting distributional assumptions aligned with empirical residual characteristics: inverse Gaussian for return-based models and t-distribution for range-based models. Evaluation metrics include in-sample fit criteria such as Akaike Information Criterion (AIC) and log-likelihood, alongside out-of-sample predictive performance assessed via Mean Squared Error (MSE), Mean Absolute Error (MAE), and Mean Absolute Percent Error (MAPE).

### Result

Descriptive statistics confirm that both return and range variables exhibit significant skewness, kurtosis, and deviations from normality, validating the use of flexible distributions. Autocorrelation analysis reveals strong persistence and long memory in volatility measures, particularly pronounced in the price range data.

Estimated parameters for all models indicate stability and meaningful contributions of both short and long memory components, especially in CGARCH and CCARR models. The CCARR routinely demonstrates lower AIC values and higher log-likelihood scores relative to its single-component CARR counterpart and return-based models, indicating superior in-sample explanatory power.

Out-of-sample forecasting results consistently rank the CCARR model as the most accurate across all error metrics, followed closely by CARR, CGARCH, and finally GARCH. The superior performance of range-based models highlights the value of incorporating intraday price fluctuation information, while two-component models validate the critical role of modeling long memory in volatility for enhanced predictive accuracy.

### Discussion

The findings emphasize the importance of utilizing price range data and long memory modeling in financial volatility forecasting. The CCARR model's dual component framework captures nuanced temporal dependencies, outperforming traditional GARCH-family models that rely solely on closing price returns. This improvement directly translates into better risk quantification and financial decision-making for investors and institutions.

The study's application to the emerging Tehran Stock Exchange market furthermore illustrates the model's adaptability and relevance in diverse market contexts. Accurate volatility forecasts facilitate improved portfolio optimization, risk-adjusted return enhancement, and derivative pricing

frameworks, supporting the growing sophistication of Iran's financial markets.

### **Conclusions**

This comprehensive analysis demonstrates the CCARR model's robustness and efficacy for volatility forecasting in the Tehran Stock Exchange, outperforming conventional models in both in-sample fit and out-of-sample forecast accuracy. By explicitly modeling long and short-term volatility components and utilizing richer intraday pricing data, the CCARR provides a meaningful advancement in financial econometrics tailored for emerging markets.

Practically, the model can enhance financial institutions' ability to measure and manage risk, contributing to greater market stability and investor confidence. Moreover, the increased accuracy in pricing derivatives linked to equity volatility facilitates more efficient capital allocation.

Future research may build upon this foundation by integrating additional explanatory variables such as trading volume or seasonality effects to further refine predictions. Additionally, extending CCARR modeling to higher-frequency intraday intervals could unlock further precision.

### **Author Contributions**

All authors contributed equally to the conceptualization of the article and writing of the original and subsequent drafts.

### **Data Availability Statement**

Data available on request from the authors.

### **Acknowledgements**

The authors would like to thank all participants in the present study.

### **Ethical Considerations**

The authors avoided data fabrication, falsification, plagiarism and misconduct.

### **Funding**

This research didn't receive any specific grant from funding agencies in the public commercial, or not-for-profit sectors.

### **Conflict of Interest**

The authors declare no conflict of interest.



سازمان بورس و اوراق بهادار، مرکز پژوهش، توسعه و مطالعات اسلامی  
فصلنامه بورس اوراق بهادار، سال هجدهم، شماره ۷۱، پاییز ۱۴۰۴، صص ۱۸۵-۲۰۸

## پیش‌بینی نوسانات بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از مدل خودرگرسیون شرطی مولفه‌ای مبتنی بر دامنه (CCARR)<sup>۱</sup>

محمد مهدی بحر العلوم<sup>۲</sup>، مصطفی سرگلزایی<sup>۳</sup>، مریم حبیبی سیاهپوش<sup>۴</sup>

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۲/۰۶ تاریخ بازنگری: ۱۴۰۲/۰۸/۱۹

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۸/۲۵ تاریخ انتشار: ۱۴۰۴/۰۴/۰۹

مقاله پژوهشی

### نکات برجسته

- معرفی رویکرد مدل‌سازی نوسان مبتنی بر دامنه برای اولین بار در بورس اوراق بهادار تهران
- اثبات برتری مدل CCARR نسبت به مدل‌های مرسوم مبتنی بر بازدهی همچون گارچ و گارچ ترکیبی در بازار نوظهور.
- ارائه شواهد وجود حافظه بلندمدت در نوسانات شاخص بورس تهران، که ضرورت استفاده از مدل‌های دو مؤلفه‌ای را توجیه می‌کند.
- داده‌های دامنه قیمتی (اختلاف قیمت‌های بیشینه و کمینه) اطلاعات دقیق‌تری برای پیش‌بینی نوسان نسبت به بازده‌های مبتنی بر قیمت پایانی فراهم می‌کنند.
- بهبود مدیریت پرتفوی، قیمت‌گذاری ابزارهای مشتقه و اندازه‌گیری ریسک در بازارهای نوظهور از طریق پیش‌بینی‌های دقیق‌تر نوسانات.

### چکیده

هدف از انجام این پژوهش دستیابی به یک مدل مطلوب جهت پیش‌بینی نوسانات شاخص بورس اوراق بهادار تهران است. در این مقاله مدل CCARR برای پیش‌بینی نوسانات پیشنهاد شده است و نتایج تخمین آن با مدل‌های معروف GARCH، CGARCH و CARR مورد مقایسه قرار گرفته است. برای اجرای این مدل از روش تخمین حداکثر درست‌نمایی بهره گرفته شده است که اجرای مدل را بسیار راحت می‌کند و همچنین شهودی‌تر است. مدل GARCH و CGARCH از بازدهی قیمتی و مدل CARR و CCARR از دامنه قیمتی برای پیش‌بینی نوسانات استفاده می‌کنند. مدل CCARR و CGARCH، هر دو مؤلفه بلندمدت (روند) و کوتاه مدت (گدرا) را در نظر می‌گیرند و قابلیت ضبط حافظه بلندمدت نوسانات را دارند. برای تخمین مدل از داده‌های روزانه شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران شامل کمترین قیمت، بیشترین قیمت و قیمت پایانی طی سال‌های ۱۳۸۸ تا ۱۴۰۰ استفاده شده است. مطابق نتایج، مدل‌های مبتنی بر دامنه نسبت به مدل‌های مبتنی بر بازدهی، و مدل‌های دو مؤلفه‌ای نسبت به مدل‌های تک مؤلفه‌ای پیش‌بینی‌های درون‌نمونه‌ای و برون‌نمونه‌ای دقیق‌تری داشته‌اند. به طور کلی مدل CCARR نسبت به سایر مدل‌ها پیش‌بینی‌های دقیق‌تری داشته است.

**واژه‌های کلیدی:** پیش‌بینی نوسان، دامنه قیمتی، بازدهی قیمتی، حافظه بلندمدت، حداکثر درست‌نمایی.

**طبقه‌بندی موضوعی:** G17, C5, C32

10.22034/JSE.2023.12191.2135-doi

۱. استادیار، گروه مالی و بانکداری، دانشکده مدیریت و حسابداری، دانشگاه علامه طباطبائی، تهران، ایران. (نویسنده مسئول).  
(m.bahrololoum@atu.ac.ir)

۲. استادیار، گروه مالی و بانکداری، دانشکده مدیریت و حسابداری، دانشگاه علامه طباطبائی، تهران، ایران. (mostafa.sargolzaei@atu.ac.ir)  
۳. دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مالی و بانکداری، دانشکده مدیریت و حسابداری، دانشگاه علامه طباطبائی، تهران، ایران. (habibi\_maryam@atu.ac.ir)

حق انتشار این مستند متعلق به نویسندگان آن است. © ۱۴۰۴. ناشر این مقاله، سازمان بورس و اوراق بهادار است.

این مقاله تحت گواهی زیر منتشر شده و هر نوع استفاده غیرتجاری از آن مشروط بر استناد صحیح به مقاله و با رعایت شرایط مندرج در آدرس زیر مجاز است.



Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International license  
(https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)

**استناد:** بحر العلوم، محمد مهدی؛ سرگلزایی، مصطفی؛ حبیبی سیاهپوش، مریم. (۱۴۰۴). پیش‌بینی نوسانات بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از مدل خودرگرسیون شرطی مولفه‌ای مبتنی بر دامنه (CCARR). *فصلنامه بورس اوراق بهادار*.

۱۸ (۷۱)، ۱۸۵-۲۰۸، ۱۴۰۴. https://10.22034/JSE.2023.12191.2135

## مقدمه

امروزه یکی از مراکز مهم انباشت سرمایه، بورس اوراق بهادار است که با جذب منابع سرگردان و کمک به تأمین مالی بنگاه‌های بزرگ نقش مهمی در رشد و توسعه اقتصادی کشورها دارد. همچنین معامله سهام شرکت‌ها به افزایش سرعت گردش پول و نقدشوندگی در سطح جامعه کمک می‌کند. در نتیجه اقتصاد یک کشور به صورت گسترده‌ای با عملکرد بازار سرمایه در ارتباط است. لازمه تقویت این بازار و تشویق سرمایه‌گذاران، آگاهی سرمایه‌گذاران از متغیرهای اساسی تأثیرگذار بر بازدهی دارایی‌ها هستند (راعی و پویانفر، ۱۳۹۳).

ریسک (نوسان)<sup>۱</sup> به عنوان یکی از مهم‌ترین متغیرهای تأثیرگذار بر بازدهی شناخته می‌شود. نوسانات بازدهی نقش مهمی در تخصیص پرتفوی، مدیریت ریسک، قیمت‌گذاری مشتقه‌ها، محاسبه ارزش در معرض خطر<sup>۲</sup> یا ریزش مورد انتظار<sup>۳</sup> دارند. اهمیت این موضوع به این دلیل است که سرمایه‌گذاران به دنبال حداکثر کردن بازدهی و حداقل کردن ریسک پرتفوی هستند. معمولاً هرچه نوسان اوراق یا شاخص مربوطه بیشتر باشد، سرمایه‌گذاری پرریسک‌تر می‌شود. در نتیجه تقابل میان ریسک (نوسان) و بازدهی نقش مهمی در تصمیمات سرمایه‌گذاری دارد و سرمایه‌گذاران می‌توانند با پیش‌بینی دقیق نوسانات، بازدهی تعدیل شده با ریسک را افزایش دهند. همچنین بازار مشتقه‌ها نیز با سرعت زیادی در حال توسعه است و از آنجاکه نوسانات بازدهی، یک متغیر مهم در قیمت‌گذاری مشتقه‌ها است، پیش‌بینی دقیق نوسانات در این زمینه ضرورت دارند و این موضوع اهمیت تمرکز بر پیش‌بینی نوسانات را بیش‌ازپیش نشان می‌دهد (هاشمی‌نژاد، ابراهیمی و نژاد افراسیابی، ۱۳۹۵). به این ترتیب دستیابی به یک مدل مطلوب در جهت پیش‌بینی ریسک از ضرورت‌های مهمی است که هر سرمایه‌گذار قبل از سرمایه‌گذاری در بورس اوراق بهادار باید نسبت به آن آگاهی داشته باشد. بیشتر مدل‌های پیش‌بینی ریسک که تاکنون توسعه یافته‌اند و در بازارهای مالی مورد استفاده قرار می‌گیرند، از بازدهی با قیمت پایانی برای پیش‌بینی ریسک استفاده می‌کنند. این در حالیست که قیمت پایانی تحرکات قیمت در طول روز را نادیده می‌گیرد و بخشی از اطلاعات در دسترس، مورد استفاده قرار نمی‌گیرد (پارکینسون، ۱۹۸۰). در صورتی که استفاده از سایر داده‌هایی همچون بیشترین قیمت و

---

1. Volatility

2. Value at risk

3. Expected shortfall

کمترین قیمت در قالب دامنه قیمتی روزانه، اندازه گیری بهتری از نوسانات در ارتباط با محاسبات مبتنی بر بازدهی (مثل مجذور بازدهی) یا نوسان تحقق یافته در طی روز ارائه می دهند (علیزاده، برانت و دایبولد، ۲۰۰۲).

مطالعات پیشین انجام شده در زمینه پیش بینی نوسانات شاخص بورس اوراق بهادار تهران از دسته مدل های مبتنی بر بازدهی هستند که از متغیر بازدهی با قیمت پایانی و یا بازدهی با اولین، آخرین، بیشترین و یا کمترین قیمت استفاده کرده اند و تاکنون متغیر دامنه قیمتی برای پیش بینی نوسانات مورد بررسی قرار نگرفته است. پژوهش حاضر، نخستین پژوهشی است که برای پیش بینی نوسانات بورس اوراق بهادار تهران از دامنه قیمتی استفاده می کند و نتایج آن را با مدل های مبتنی بر بازدهی از جمله گارچ و گارچ ترکیبی مقایسه می کند. هم چنین با توجه به ویژگی حافظه بلندمدت بودن نوسانات شاخص بورس اوراق بهادار، نیاز به استفاده از مدل دو مولفه ای که هم مولفه بلندمدت و هم مولفه کوتاه مدت را در نظر بگیرد، وجود دارد. در این پژوهش برای در نظر گرفتن حافظه بلندمدت در مدل های مبتنی بر بازدهی از مدل CGARCH و برای مدل های مبتنی بر دامنه قیمتی از مدل CCARR استفاده شده است که تاکنون در پژوهش های اخیر برای پیش بینی نوسانات بورس اوراق بهادار تهران مورد استفاده قرار نگرفته اند. در این پژوهش دو مدل GARCH و CGARCH به عنوان نماینده مدل های مبتنی بر بازدهی قیمتی و دو مدل CARR و CCARR به عنوان نماینده مدل های مبتنی بر دامنه قیمتی انتخاب و بررسی شده اند. در ادامه به مبانی نظری و پیشینه پژوهش پرداخته می شود. سپس روش شناسی و تحلیل یافته ها ارائه شده و در نهایت مقاله با نتیجه گیری و پیشنهاد برای پژوهش های آتی به پایان می رسد.

### مبانی نظری و پیشینه پژوهش

نوسان هم متغیر با زمان و هم قابل پیش بینی است و امروزه این موضوع به خوبی در ادبیات مالی شناخته شده است. این امر منجر به به وجود آمدن ادبیات گسترده ای در زمینه مدل سازی و پیش بینی نوسانات شده است. مدل گارچ بولرسلو<sup>۱</sup> (۱۹۸۶) و مدل نوسانات تصادفی تیلور<sup>۲</sup> (۱۹۸۶) دو مدل معروف و کاربردی برای مدل سازی نوسانات متغیر با زمان هستند. اساساً

1. Bollerslev

2. Taylor

مدل گارچ و مدل نوسانات تصادفی مدل‌های مبتنی بر بازدهی به‌دست آمده از قیمت‌های پایانی هستند و تحرکات قیمت دارایی در طول روز را نادیده می‌گیرند. از این رو نه تنها بخشی از اطلاعات در دسترس مورد استفاده قرار نگرفته‌اند، بلکه پژوهش‌های پارکینسون<sup>۱</sup> (۱۹۸۰)، علیزاده، برانت و دایبولد<sup>۲</sup> (۲۰۰۲)، دجیاناکیس و لیوآدا<sup>۳</sup> (۲۰۱۳) نشان می‌دهد که استفاده از سایر داده‌هایی همچون بیشترین قیمت و کمترین قیمت در قالب دامنه قیمتی روزانه، اندازه‌گیری بهتری از نوسانات در ارتباط با محاسبات مبتنی بر بازدهی (مثل معذور بازدهی) یا نوسان تحقق‌یافته در طی روز ارائه می‌دهند. همچنین، یک برتری دیگر استفاده از دامنه قیمتی برای محاسبه نوسانات این است که بالاترین و پایین‌ترین قیمت در طی روز به طور گسترده‌ای در پایگاه داده‌های مالی در دسترس است در حالی که بازدهی در بازه‌های زمانی کوچک‌تر به راحتی در دسترس نیست. در راستای مدل‌سازی و پیش‌بینی دامنه قیمتی پویا، چاو<sup>۴</sup> (۲۰۰۵) مدل خودرگرسیو شرطی مبتنی بر دامنه CARR<sup>۵</sup> را پیشنهاد کرد که بسیار شبیه مدل گارچ بولرسلو (۱۹۸۶) و مدل ACD<sup>۶</sup> انگل و راسل<sup>۷</sup> (۱۹۸۸) است. چاو (۲۰۰۵) و چاو و لیو<sup>۸</sup> (۲۰۱۰) نشان دادند که مدل خودرگرسیو شرطی مبتنی بر دامنه (CARR)، نوسانات را به صورت دقیق‌تری نسبت به مدل گارچ پیش‌بینی می‌کند. در نتیجه مدل‌های پیش‌بینی نوسانات مبتنی بر دامنه، توجهات گسترده‌ای را به سوی خود جلب کردند. لی و هانگ<sup>۹</sup> (۲۰۱۱) یک مدل پیش‌بینی نوسانات خودرگرسیو مبتنی بر دامنه پیشنهاد دادند و نشان دادند این مدل عملکرد بهتری نسبت به مدل گارچ مبتنی بر بازده دارد. با این حال تمام مدل‌های مبتنی بر دامنه که بیان شدند همگی متعلق به خانواده مدل‌های تک مولفه‌ای هستند که توانایی در نظر گرفتن حافظه بلندمدت یا وابستگی با دامنه بلندمدت نوسانات مالی (دامنه قیمتی) را ندارند. برای پرداختن به ویژگی حافظه بلندمدت نوسانات، ییلی، بولرسلو و میکلسن<sup>۱۰</sup> (۱۹۹۶) مدل FIGARCH<sup>۱۱</sup> را پیشنهاد دادند که

- 
1. Parkinson
  2. Alizadeh & Brandt & Diebold
  3. Degiannakis & Livada
  4. Chou
  5. Conditional autoregressive range model
  6. Autoregressive conditional duration
  7. Engle & Russel
  8. Chou & Liu
  9. Li & Hong
  10. Baillie & Bollerslev & Mikkelsen
  11. Fractionally integrated GARCH

از نظر محاسباتی پیچیده و اجرای آن دشوار است. باتوجه به چنین مشکلاتی، مدل دومولفه‌ای گارچ که توسط دینگ و گرنجر<sup>۱</sup> (۱۹۹۶) و انگل و لی<sup>۲</sup> (۱۹۹۹) معرفی شد، به دلیل راحت بودن برآورد و اجرا، به یک انتخاب ارجح تبدیل شده است. مهم‌تر از آن، مقاله‌های اخیر از جمله ماهو<sup>۳</sup> (۲۰۰۵) و دینگ<sup>۴</sup> (۲۰۱۶) نشان می‌دهند که مدل دومولفه‌ای گارچ می‌تواند به صورت کارا حافظه بلندمدت نوسانات را در نظر بگیرد و نسبت به مدل تک مولفه‌ای داده‌ها را بهتر برازش می‌کند. وو و هو<sup>۵</sup> (۲۰۱۹)، با بهره‌گیری از مدل دومولفه‌ای دینگ و گرنجر (۱۹۹۶) و انگل و لی (۱۹۹۹)، مدل خودرگرسیو شرطی مبتنی بر دامنه (CCARR) را برای توصیف پویایی دامنه قیمت و پیرو آن برای پیش‌بینی نوسانات پیشنهاد دادند. مدل خودرگرسیو شرطی مولفه‌ای مبتنی بر دامنه (CCARR) در واقع توسعه‌یافته مدل خودرگرسیو شرطی مبتنی بر دامنه (CARR) پیشنهادی چاو (۲۰۰۵) برای محاسبه حافظه بلندمدت نوسانات با وارد کردن مولفه دوم است. به طور خاص مدل خودرگرسیو شرطی مولفه‌ای مبتنی بر دامنه (CCARR) از دو مولفه بلندمدت (روند)<sup>۶</sup> و مولفه کوتاه‌مدت (گذرا)<sup>۷</sup> تشکیل شده است. مدل خودرگرسیو شرطی مولفه‌ای مبتنی بر دامنه (CCARR) بسیار شبیه به مدل دامنه‌ای مولفه‌ای هریس، استوجا، ایلماز<sup>۸</sup> (۲۰۱۱) است که در آن پویایی مولفه بلندمدت با نوعی از مدل گارچ شناسایی می‌شود ولی پویایی دقیق را مشخص نمی‌کنند و از برخی فیلترهای غیرپارامتریک برای تجزیه مولفه بلندمدت دامنه قیمتی استفاده می‌کنند. مدل CCARR برای اجرا بسیار راحت‌تر است و در قدم اول از روش تخمین حداکثر درست‌نمایی<sup>۹</sup> استفاده می‌کند ولی مدل هریس و همکاران (۲۰۱۱) فرض می‌کند مولفه بلندمدت از یک فرایند تصادفی پیروی می‌کند درحالی‌که روند بلندمدت می‌تواند پایدار و ثابت باشد و از خاصیت بازگشت به میانگین پیروی کند.

درخصوص پیش‌بینی نوسان بورس اوراق بهادار تهران، امامی پری و عباسی (۱۳۹۵) از مدل‌های میانگین متحرک موزون نمایی، مدل گارچ، گارچ نمایی و گارچ تحقق یافته برای

- 
1. Ding and Granger
  2. Engle and Lee
  3. Maheu
  4. Ding
  5. Xinyu Wu & Xinmeng Hou
  6. long-run (trend) component
  7. short-run (transitory) component
  8. Harris & Stoja & Yilmaz
  9. Maximum likelihood

پیش‌بینی نوسانات روزانه و طی روز شاخص بورس اوراق بهادار تهران استفاده کردند. نتایج حاصل از پیش‌بینی آن‌ها گویای برتری مدل‌های ساده‌تر با پارامتر کمتر چون گارچ و میانگین موزون نمایی نسبت به سایر مدل‌ها شامل گارچ نمایی و گارچ تحقق یافته در پیش‌بینی نوسانات روزانه و طی روز شاخص است. اثباتی و اصلانی (۱۳۹۵) یک مدل گارچ تعدیل شده که به موجب آن پارامترها بر اساس پایین‌ترین، نخستین و بیشترین قیمت و همچنین قیمت پایانی روزانه شاخص بورس اوراق بهادار تهران برآورده شده است، پیشنهاد دادند. آنها نتیجه گرفتند که استفاده از متغیرهای کمترین، بیشترین، اولین و مقدار پایانی نسبت به مدلی که فقط از مقدار پایانی برای پیش‌بینی شاخص استفاده می‌کند، عملکرد بهتری داشته است. چهارلنگی سردارآبادی و قاسمی (۱۳۹۸)، با بهره‌گیری از روش‌های گارچ و گارچ بوت استرپ اقدام به پیش‌بینی نوسانات کردند. آنها نتیجه گرفتند که روش آرما بوت استرپ از روش شبیه سازی فرآیند براونی بازده سهام دقیق‌تر است زیرا فاصله اطمینان ایجادشده توسط روش آرما بوت استرپ کوتاه‌تر است. افزون بر این، آنها نتیجه گرفتند بازه اطمینان تولیدشده توسط روش گارچ بوت استرپ، از روش گارچ کوتاه‌تر است در نتیجه این روش برای پیش‌بینی برون‌نمونه‌ای مناسب‌تر است.

در خصوص حافظه بلندمدت، عرفانی (۱۳۸۷) در پژوهش خود وجود حافظه بلندمدت را با استفاده از سه روش در شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران ارزیابی کرد که نتایج هر سه آزمون، وجود حافظه بلندمدت را تایید می‌کرد. شعربی و ثنائی اعلم (۱۳۸۹)، به ارزیابی مدل‌هایی که بر پایه حافظه بلندمدت هستند پرداختند و وجود یا عدم وجود حافظه بلندمدت در بورس اوراق بهادار تهران را بررسی کردند. آن‌ها نتیجه گرفتند که وجود حافظه بلندمدت در بازده و نوسان‌های شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران با سطح اطمینان بالایی تایید می‌شود. همچنین آن‌ها به مقایسه دقت پیش‌بینی مدل‌هایی که بر پایه حافظه بلندمدت نیستند (مثل: GARCH و ARMA)، با مدل‌های مشابهی که بر پایه حافظه بلندمدت هستند (مثل: FIGARCH و ARFIM)، به روش پنجره غلتان پرداختند. آنها نتیجه گرفتند مدل ARMA برای پیش‌بینی بازده یک روز بعد شاخص نسبت به سایر مدل‌ها از برتری برخوردار است ولی برای پیش‌بینی بازده برای دوره‌های بلندمدت‌تر مثل هفتگی، ماهانه، فصلی و شش‌ماهه مدل FIGARCH پیش‌بینی‌های دقیق‌تری ارائه می‌کند.

مطالعات پیشین انجام شده در زمینه پیش‌بینی نوسانات شاخص بورس اوراق بهادار تهران، از دسته مدل‌های مبتنی بر بازدهی هستند که از متغیر بازدهی با قیمت پایانی و یا بازدهی با

نخستین، آخرین، بیشترین و یا کمترین قیمت استفاده کرده‌اند و تاکنون متغیر دامنه قیمتی برای پیش‌بینی نوسانات بورس اوراق بهادار تهران مورد بررسی قرار نگرفته است. پژوهش حاضر، اولین پژوهشی است که برای پیش‌بینی نوسانات بورس اوراق بهادار تهران از دامنه قیمتی استفاده می‌کند و نتایج آن را با مدل‌های مبتنی بر بازدهی از جمله گارچ و گارچ ترکیبی مقایسه می‌کند. هم‌چنین با توجه به ویژگی حافظه بلندمدت بودن نوسانات شاخص بورس اوراق بهادار، نیاز به استفاده از مدل دو مولفه‌ای که هم مولفه بلندمدت و هم مولفه کوتاه‌مدت را در نظر بگیرد، وجود دارد. در این پژوهش برای در نظر گرفتن حافظه بلندمدت در مدل‌های مبتنی بر بازدهی از مدل CGARCH و برای مدل‌های مبتنی بر دامنه قیمتی از مدل CCARR استفاده شده است که تا کنون در پژوهش‌های اخیر برای پیش‌بینی نوسانات بورس اوراق بهادار تهران مورد استفاده قرار نگرفته‌اند.

پرسش‌های این پژوهش عبارتند از:

- ۱- ماهیت نوسانات شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران از نظر کوتاه‌مدت یا بلندمدت بودن حافظه چگونه است؟
- ۲- برازش نمونه‌ای و برون نمونه‌ای مدل‌های مبتنی بر دامنه قیمتی نسبت به مدل‌های مبتنی بر بازدهی چگونه است؟
- ۳- برازش نمونه‌ای و برون نمونه‌ای مدل‌های دو مولفه‌ای نسبت به مدل‌های تک مولفه‌ای چگونه است؟

### روش‌شناسی پژوهش

تمرکز اصلی این پژوهش پیش‌بینی نوسانات بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از مدل خودرگرسیون شرطی مولفه‌ای مبتنی بر دامنه (CCARR) است. به طور کلی در این پژوهش عملکرد مدل‌های مبتنی بر دامنه با مدل‌های مبتنی بر بازدهی و عملکرد مدل‌های دو مولفه‌ای با مدل‌های تک مولفه‌ای مورد مقایسه قرار خواهند گرفت. به این منظور چهار مدل GARCH و CGARCH و CARR و CCARR اجرا و عملکرد آنها مقایسه خواهد شد. این پژوهش با استفاده از داده‌های مشاهده شده و تجزیه و تحلیل آنها انجام می‌پذیرد و در نتیجه از نوع پژوهش‌های پس‌رویدادی و کاربردی است. روش گردآوری اطلاعات، از نوع کتابخانه‌ای و داده‌های روزانه شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران با بالاترین قیمت، پایین‌ترین قیمت و

قیمت‌های پایانی از نرم‌افزار TseClient2 استخراج شده است. بازه زمانی مورد استفاده از ۵ فروردین سال ۱۳۸۸ تا ۲۸ اسفند سال ۱۴۰۰ است و تعداد مشاهدات ۳۱۳۲ ردیف است که از ۲۰۸۸ داده ابتدایی برای پیش‌بینی درون‌نمونه‌ای و از ۱۰۴۴ داده انتهایی برای پیش‌بینی برون‌نمونه‌ای استفاده شده است. ابتدا بازدهی روزانه و دامنه قیمتی طی روز مطابق فرمول‌های زیر محاسبه می‌شود:

بازدهی قیمتی:

$$r_t = \ln\left(\frac{p_t}{p_{t-1}}\right)$$

که در آن  $r_t$  بازده قیمتی روزانه و  $p_t$  قیمت پایانی در روز  $t$  ام است. دامنه قیمتی:

$$R_t = \frac{1}{\sqrt{4\ln 2}} (\max\{P_\tau\} - \min\{P_\tau\}), \quad \tau \in [t-1, t]$$

که در آن  $R_t$  دامنه قیمتی طی روز و  $P_t$  قیمت لگاریتمی یک دارایی خاص در لحظه  $t$  است. مطابق پژوهش پارکینسون<sup>۱</sup> (۱۹۸۰) دامنه قیمتی یک تخمین گر نااریب از نوسان بازدهی دارایی است (وو و هو، ۲۰۱۹).

متغیرهای بازدهی و دامنه قیمتی مطابق با فرمول‌های بیان شده و در نرم افزار اکسل محاسبه شده‌اند. در گام بعد آمار توصیفی و برخی از ویژگی‌های متغیرها مانند میانگین مشاهدات، حداقل مشاهده، حداکثر مشاهده، انحراف معیار، چولگی، کشیدگی و آماره جارک-برا و آماره Q آزمون لیونگ-باکس مورد بررسی قرار گرفته‌اند. از آزمون جارک-برا برای آزمون نرمال بودن داده‌ها، از آزمون دیکی فولر برای بررسی مانایی داده‌ها و از آزمون لیونگ-باکس برای آزمون سطح معناداری خودهمبستگی استفاده شده است. تابع خودهمبستگی برای بررسی وجود خودهمبستگی و هم‌چنین وجود یا عدم وجود حافظه بلندمدت مورد بررسی قرار گرفته است. در این پژوهش داده‌ها به دو قسمت درون‌نمونه‌ای و برون نمونه‌ای تقسیم شده‌اند. تعداد کل داده‌ها ۳۱۳۲ ردیف است که از ۲۰۸۸ داده ابتدایی برای پیش‌بینی درون‌نمونه‌ای و از ۱۰۴۴ داده انتهایی برای پیش‌بینی برون‌نمونه‌ای استفاده شده است. پس از جمع‌بندی اولیه، مدل GARCH و CGARCH به‌عنوان مدل‌هایی که از بازده قیمتی روزانه و مدل CARR و CCARR

به عنوان مدل هایی که از دامنه قیمتی طی روز استفاده می کنند، با بکارگیری روش حداکثر درست نمایی در نرم افزار R اجرا می شوند. با توجه به اینکه تابع چگالی تجربی مقادیر باقیمانده برای متغیر بازدهی منطبق با توزیع نرمال معکوس گاوسی و برای متغیر دامنه قیمتی منطبق با توزیع  $t$  چوله هستند، برای تخمین مدل GARCH و CGARCH از توزیع نرمال معکوس گاوسی و برای مدل CARR و CCARR از توزیع  $t$  چوله استفاده شده است. برای بررسی نیکویی برازش از مقادیر درست نمایی و معیار اطلاعات آکائیک (AIC) استفاده شده است. در مرحله بعدی پیش بینی برون نمونه ای انجام می شود و عملکرد برون نمونه ای مدل های برازش شده با روش پنجره غلتان مقایسه می شوند. بدین گونه که ابتدا مدل با ۲۰۸۸ مشاهده ابتدایی تخمین زده شده و از مدل تخمینی برای اولین پیش بینی نوسانات با اولین روز پیش رو استفاده می شود. سپس دوره تخمین به صورت روزانه جلو برده می شود و پیش بینی جدید نوسانات انجام می شود. این فرایند تا جایی که به انتهای نمونه برسیم تکرار می شود. برای مقایسه عملکرد پیش بینی مدل ها، سه معیار ارزیابی رایج به نام های ۱. میانگین مجذور خطا (MSE) ۲. میانگین خطای مطلق (MAE) ۳. میانگین خطای درصدی مطلق (MAPE) در نظر گرفته شده است و با استفاده از آن ها بهترین مدل انتخاب می شود. هریک از مدل ها و متغیرهای پژوهش به شرح جدول ۱ ارائه شده اند.

جدول ۱. تعریف مدل ها و متغیرهای پژوهش

| متغیرها                                                                                                                                                                                                                                                                   | مدل GARCH                                                                                                                                                                                                                   |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $r_t$ : نشان دهنده بازدهی با قیمت پایانی که از معادله $r_t = \sigma_t z_t$ به دست می آید.<br>$\sigma_t^2$ : نشان دهنده واریانس شرطی در زمان $t$ ام که بر اساس ضرایبی از بازدهی زمان $t-1$ ام و واریانس شرطی زمان $t-1$ ام به دست می آید.                                  | $r_t = \sigma_t z_t \quad z_t \sim i.i.d. N(0,1)$<br>$\sigma_t^2 = \omega + \alpha r_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2$                                                                                                        |
| متغیرها                                                                                                                                                                                                                                                                   | مدل CGARCH                                                                                                                                                                                                                  |
| $r_t$ : نشان دهنده بازدهی با قیمت پایانی که از معادله $r_t = \sigma_t z_t$ به دست می آید.<br>$\sigma_t^2$ : نشان دهنده واریانس شرطی در زمان $t$ ام که بر اساس ضرایبی از مولفه بلندمدت و مولفه کوتاه مدت به دست می آید.<br>$q_t^2$ : نشان دهنده مولفه بلندمدت واریانس شرطی | $r_t = \sigma_t z_t \quad z_t \sim i.i.d. N(0,1)$<br>$\sigma_t^2 = q_t^2 + \alpha_1(r_{t-1}^2 - q_{t-1}^2) + \beta_1(\sigma_{t-1}^2 - q_{t-1}^2)$<br>$q_t^2 = \omega + \alpha_2(r_{t-1}^2 - q_{t-1}^2) + \beta_2 q_{t-1}^2$ |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                      |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| متغیرها                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | مدل CARR                                                                                                                                                                                                                             |
| $R_t$ : نشان‌دهنده دامنه قیمتی است که از معادله<br>$R_t \equiv \frac{1}{\sqrt{4\ln 2}}(\max\{P_t\} - \min\{P_t\}), \tau \in [t-1, t]$<br>دست می‌آید و تخمین زنده بازرب از نوسان بازدهی دارایی است.<br>$\lambda_t$ : میانگین شرطی دامنه قیمتی $R_t$ با توجه به سیگما میدان<br>$\mathcal{F}_{t-1}$ تا لحظه $t-1$ است.                                                                                                                                                                       | $R_t = \lambda_t \varepsilon_t$<br>$\lambda_t = \omega + \alpha R_{t-1} + \beta \lambda_{t-1}$<br>$\varepsilon_t   \mathcal{F}_{t-1} \sim i.i.d. f(0)$                                                                               |
| متغیرها                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | مدل CCARR                                                                                                                                                                                                                            |
| $R_t$ : نشان‌دهنده دامنه قیمتی که از معادله<br>$R_t \equiv \frac{1}{\sqrt{4\ln 2}}(\max\{P_t\} - \min\{P_t\}), \tau \in [t-1, t]$<br>دست می‌آید.<br>$\lambda_t$ : میانگین شرطی دامنه قیمتی $R_t$ با توجه به سیگما میدان<br>$\mathcal{F}_{t-1}$ تا لحظه $t-1$ یا $E[R_t   \mathcal{F}_{t-1}]$ است.<br>$\lambda_t$ ساختار $\lambda_t$ پدیده خوشه‌بندی نوسانات (سری زمانی بازده<br>دارایی‌های مالی) را ثبت می‌کند.<br>$q_t$ : مولفه بلندمدت با $E[q_t] = \frac{\omega}{1-\alpha-\beta}$ است. | $R_t = \lambda_t \varepsilon_t$<br>$\lambda_t = q_t + \alpha_1(R_{t-1} - q_{t-1}) + \beta_1(\lambda_{t-1} - q_{t-1})$<br>$q_t = \omega + \alpha_2 R_{t-1} + \beta_2 q_{t-1}$<br>$\varepsilon_t   \mathcal{F}_{t-1} \sim i.i.d. f(0)$ |

## یافته‌های پژوهش

جدول ۲ خلاصه اطلاعات آماری بازدهی و دامنه قیمتی روزانه شاخص بورس اوراق بهادار تهران را نمایش می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود بازدهی و دامنه قیمتی هر دو چوله به راست هستند و چولگی دامنه قیمتی شدیدتر از بازدهی است. هم‌چنین کشیدگی بازدهی و دامنه قیمتی بیشتر از کشیدگی توزیع نرمال است و کشیدگی دامنه قیمتی نیز بیشتر از بازدهی است. آزمون جاک برآ نشان می‌دهد فرضیه صفر مبنی بر نرمال بودن توزیع بازدهی و دامنه قیمتی رد می‌شود. برای بررسی خودهم‌بستگی سریالی، آزمون لیونگ-باکس را با ۱۰ وقفه اجرا شده است. آماره  $Q$  تا ۱۰ وقفه نشان می‌دهد هر سری دامنه دارای همبستگی بااهمیت و چشمگیری با هم هستند که وجود حافظه بلندمدت نوسانات را به خوبی نشان می‌دهد.

جدول ۲. آمار توصیفی بازده قیمتی و دامنه قیمتی روزانه شاخص بورس اوراق بهادار تهران

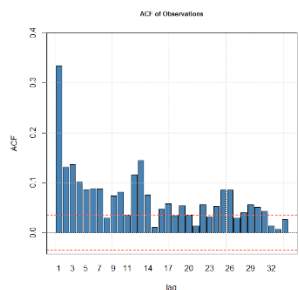
| داده        | تعداد مشاهدات | میانگین | مینیم    | ماکسیم | انحراف معیار | چولگی  | کشیدگی | جارک برا | Q(10)           |
|-------------|---------------|---------|----------|--------|--------------|--------|--------|----------|-----------------|
| بازدهی      | ۳۱۳۲          | ۰,۰۰۱۶  | (۰,۰۵۶۷) | ۰,۰۵۲۶ | ۰,۰۱۰۵       | ۰,۱۷۸۵ | ۳,۳۵۹۵ | ۱۴۸۹     | ۸۲۴<br>(۰,۰۰۰)  |
| دامنه قیمتی | ۳۱۳۲          | ۰,۰۰۴۱  | ۰,۰۰۰    | ۰,۰۳۷۸ | ۰,۰۰۳۹       | ۱,۹۸۵۳ | ۵,۷۲۷۳ | ۶۳۳۸     | ۶۰۶۳<br>(۰,۰۰۰) |

در این پژوهش برای بررسی مانایی از آزمون دیکی فولر استفاده شده و نتایج به شرح جدول ۳ ارائه شده است. همانطور که مشخص است هم بازدهی و هم دامنه قیمتی روزانه شاخص بورس اوراق بهادار تهران مانا هستند.

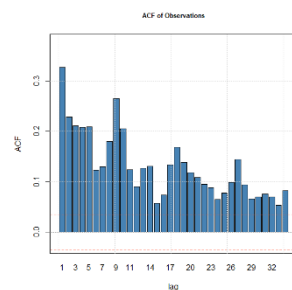
جدول ۳. نتایج آزمون دیکی فولر

| داده ها               | بازدهی روزانه | دامنه قیمتی روزانه |
|-----------------------|---------------|--------------------|
| آماره آزمون دیکی فولر | ۲e-۱۶         | ۲e-۱۶              |

برای برآورد مدلی با ویژگی حافظه بلندمدت، مهم ترین گام آزمون وجود این ویژگی در رابطه با ناپایداری سری های ذکر شده است. آزمون ACF یکی از متداول ترین آزمون های تشخیص ویژگی حافظه بلندمدت است (هاشمی نژاد، ابراهیمی و نژاد افراسیابی، ۱۳۹۵). تابع خودهمبستگی دامنه قیمتی و بازدهی روزانه شاخص بورس اوراق بهادار تهران به ترتیب در نمایه ۱ و نمایه ۲ نشان داده شده است. همانطور که نمایان است خودهمبستگی دامنه قیمتی و بازده بسیار پایدار است و حتی با وقفه های طولانی، مقادیر ACF به صفر میل نکرده اند. هم چنین خودهمبستگی دامنه قیمتی به مراتب بیشتر از خودهمبستگی بازدهی است.



نمایه ۲. تابع خودهمبستگی بازدهی روزانه شاخص بورس اوراق بهادار تهران



نمایه ۱. تابع خودهمبستگی دامنه قیمتی روزانه شاخص بورس اوراق بهادار تهران

برای تخمین مدل ها از نرم افزار R استفاده شده است. ابتدا با استفاده از داده های بازدهی قیمتی مدل GARCH و CGARCH و با استفاده از داده های دامنه قیمتی مدل CARR و CCARR تخمین زده می شوند. با توجه به اینکه تابع چگالی تجربی مقادیر باقیمانده برای متغیر

بازدهی منطبق با توزیع نرمال معکوس گاوسی و برای متغیر دامنه‌ی قیمتی منطبق با توزیع  $t$  چوله هستند، برای تخمین مدل GARCH و CGARCH از توزیع نرمال معکوس گاوسی و برای مدل CARR و CCARR از توزیع  $t$  چوله استفاده شده است و برای هر مدل چهار درجه مختلف (۱و۱)، (۲و۱)، (۲و۲) و (۲و۲) در نظر گرفته شده است. در ادامه نتایج تخمین مدل‌ها به تفکیک ارائه می‌گردد که در آن  $\alpha$ ،  $\beta$  و  $\eta_1$ ،  $\eta_{21}$  به ترتیب نشان‌دهنده پایداری کوتاه‌مدت و بلندمدت شوک‌های دامنه و مقادیر داخل پرانتز مقادیر پی‌ولیو است.

جدول ۴. نتایج تخمین درون‌نمونه‌ای مدل GARCH و CGARCH

|        | GARCH<br>(1,1)     | GARCH<br>(1,2)     | GARCH<br>(2,1)     | GARCH<br>(2,2)     | CGARCH<br>(1,1)    | CGARCH<br>(1,2)    | CGARCH<br>(2,1)    | CGARCH<br>(2,2)    |
|--------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| omega  | ۰,۰۰۰۰<br>(۰,۵۷۹۸) | ۰,۰۰۰۰<br>(۰,۸۴۵۶) | ۰,۰۰۰۰<br>(۰,۳۷۵۴) | ۰,۰۰۰۰<br>(۰,۳۵۹۰) | ۰,۰۰۰۰<br>(۰,۰۰۰۰) | ۰,۰۰۰۰<br>(۰,۴۸۳۹) | ۰,۰۰۰۰<br>(۰,۴۴۳۰) | ۰,۰۰۰۰<br>(۰,۵۹۱۶) |
| alpha1 | ۰,۱۵۵۰<br>(۰,۰۰۰۰) | ۰,۲۲۲۴<br>(۰,۱۶۶۷) | ۰,۱۵۵۱<br>(۰,۰۰۰۰) | ۰,۲۲۱۲<br>(۰,۰۰۰۰) | ۰,۱۴۶۴<br>(۰,۰۰۰۰) | ۰,۱۷۰۸<br>(۰,۰۰۰۰) | ۰,۱۴۵۱<br>(۰,۰۰۰۰) | ۰,۱۶۹۰<br>(۰,۰۰۰۰) |
| alpha2 | —<br>—             | —<br>—             | ۰,۰۰۰۰<br>(۱,۰۰۰۰) | ۰,۰۰۳۴<br>(۰,۷۹۲۱) | —<br>—             | —<br>—             | ۰,۰۰۰۱<br>(۰,۹۹۷۴) | ۰,۰۳۷۲<br>(۰,۴۶۱۷) |
| beta1  | ۰,۸۴۴۰<br>(۰,۰۰۰۰) | ۰,۱۹۶۰<br>(۰,۱۰۲۷) | ۰,۸۴۳۹<br>(۰,۰۰۰۰) | ۰,۱۸۵۹<br>(۰,۰۰۰۵) | ۰,۶۳۹۷<br>(۰,۰۰۰۰) | ۰,۰۹۰۳<br>(۰,۳۸۸۹) | ۰,۶۴۵۵<br>(۰,۰۰۰۰) | ۰,۰۰۰۰<br>(۱,۰۰۰۰) |
| beta2  | —<br>—             | ۰,۵۸۰۶<br>(۰,۰۰۰۰) | —<br>—             | ۰,۵۸۸۵<br>(۰,۰۰۰۰) | —<br>—             | ۰,۵۰۲۴<br>(۰,۰۰۰۰) | —<br>—             | ۰,۵۲۰۵<br>(۰,۰۰۰۰) |
| eta11  | —<br>—             | —<br>—             | —<br>—             | —<br>—             | ۰,۹۹۶۲<br>(۰,۰۰۰۰) | ۰,۹۹۶۵<br>(۰,۰۰۰۰) | ۰,۹۹۶۵<br>(۰,۰۰۰۰) | ۰,۹۹۶۹<br>(۰,۰۰۰۰) |
| eta21  | —<br>—             | —<br>—             | —<br>—             | —<br>—             | ۰,۰۷۳۲<br>(۰,۰۰۰۰) | ۰,۰۷۴۱<br>(۰,۰۰۰۰) | ۰,۰۷۳۴<br>(۰,۰۰۰۰) | ۰,۰۷۱۵<br>(۰,۰۰۰۰) |
| LLF    | ۷,۹۳۴              | ۷,۹۳۹              | ۷,۹۳۴              | ۷,۹۳۹              | ۷,۹۴۲              | ۷,۹۴۴              | ۷,۹۴۲              | ۷,۹۴۴              |
| AIC    | (۷,۵۹۰۰)           | (۷,۵۹۳۱)           | (۷,۵۸۹۰)           | (۷,۵۹۲۱)           | (۷,۵۹۵۲)           | (۷,۵۹۶۱)           | (۷,۵۹۵۴)           | (۷,۵۹۶۷)           |

در جدول ۴ نتایج تخمین درون‌نمونه‌ای مدل GARCH و CGARCH نمایش داده شده است. همانطور که بیان شد، هر دو مدل یاد شده از بازدهی قیمتی با قیمت‌های پایانی استفاده می‌کنند. مدل GARCH یک مدل تک‌مولفه‌ای است که توانایی در نظر گرفتن حافظه بلندمدت

را ندارد. با توجه به اینکه بازدهی قیمتی شاخص بورس اوراق بهادار تهران دارای حافظه بلندمدت است، از مدل CGARCH که دارای مولفه دوم است و توانایی در نظر گرفتن حافظه بلندمدت نوسانات را دارد نیز استفاده شده است. در جدول بالا ضرایب آلفا و بتا نشان‌دهنده مولفه کوتاه مدت و  $\eta_{11}$ ،  $\eta_{21}$  نشان‌دهنده مولفه بلندمدت هستند. ضریب پایداری مولفه بلندمدت یعنی  $\eta_{11}$  و جمع آلفا و بتا بسیار نزدیک به یک است که نشان می‌دهد روند بلندمدت در دامنه بسیار پایدار است. به صورت کلی تمامی درجه‌های مدل CGARCH مقادیر درستیابی بیشتر و معیار اطلاعات آکائیک کمتری نسبت به درجه‌های مدل GARCH داشته‌اند، در نتیجه مدل CGARCH برازش درون‌نمونه‌ای بهتری نسبت به مدل GARCH داشته است. در دسته مدل‌های گارچ، مدل  $GARCH(1,2)$  و در بین مدل‌های گارچ ترکیبی مدل  $CGARCH(2,2)$  نسبت به سایر درجه‌ها برتری داشته‌اند و انتخاب می‌شوند.

جدول ۵. نتایج تخمین درون‌نمونه‌ای مدل  $CARR$  و  $CCARR$

|        | CARR<br>(1,1)      | CARR<br>(1,2)      | CARR<br>(2,1)      | CARR<br>(2,2)      | CCARR<br>(1,1)     | CCARR<br>(1,2)     | CCARR<br>(2,1)     | CCARR<br>(2,2)     |
|--------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| omega  | ۰,۰۰۰۰<br>(۰,۲۹۶۶) | ۰,۰۰۰۰<br>(۰,۰۰۰۰) | ۰,۰۰۰۰<br>(۰,۰۳۱۹) | ۰,۰۰۰۰<br>(۰,۰۰۰۰) | ۰,۰۰۰۰<br>(۰,۰۰۰۳) | ۰,۰۰۰۰<br>(۰,۰۰۰۴) | ۰,۰۰۰۰<br>(۰,۰۰۰۰) | ۰,۰۰۰۰<br>(۰,۰۰۰۰) |
| alpha1 | ۰,۰۲۹۴<br>(۰,۰۰۰۰) | ۰,۰۵۵۹<br>(۰,۰۰۰۰) | ۰,۰۲۹۹<br>(۰,۰۲۶۷) | ۰,۰۴۴۳<br>(۰,۰۴۰۴) | ۰,۰۵۵۴<br>(۰,۰۱۲۱) | ۰,۰۵۷۹<br>(۰,۰۰۰۰) | ۰,۰۳۶۶<br>(۰,۰۷۳۵) | ۰,۰۴۸۹<br>(۰,۰۰۰۰) |
| alpha2 | —<br>—             | —<br>—             | ۰,۰۰۰۰<br>(۱,۰۰۰۰) | ۰,۰۰۰۰<br>(۰,۹۹۸۸) | —<br>—             | —<br>—             | ۰,۰۲۰۹<br>(۰,۷۸۰۹) | ۰,۰۳۸۵<br>(۰,۰۵۲۹) |
| beta1  | ۰,۹۶۰۶<br>(۰,۰۰۰۰) | ۰,۶۵۸۹<br>(۰,۰۰۰۰) | ۰,۹۵۸۸<br>(۰,۰۰۰۰) | ۰,۷۸۹۴<br>(۰,۰۰۰۰) | ۰,۵۷۷۰<br>(۰,۰۰۰۳) | ۰,۵۵۳۹<br>(۰,۰۰۰۰) | ۰,۴۷۵۱<br>(۰,۰۰۰۰) | ۰,۲۰۹۲<br>(۰,۱۰۸۹) |
| beta2  | —<br>—             | ۰,۲۵۱۱<br>(۰,۰۰۵۴) | —<br>—             | ۰,۱۴۶۱<br>(۰,۰۰۰۱) | —<br>—             | ۰,۰۰۰۱<br>(۰,۷۲۷۴) | —<br>—             | ۰,۰۶۸۶<br>(۰,۵۸۹۹) |
| eta11  | —<br>—             | —<br>—             | —<br>—             | —<br>—             | ۰,۹۹۳۰<br>(۰,۰۰۰۰) | ۰,۹۹۳۶<br>(۰,۰۰۰۰) | ۰,۹۹۱۴<br>(۰,۰۰۰۰) | ۰,۹۹۱۴<br>(۰,۰۰۰۰) |
| eta21  | —<br>—             | —<br>—             | —<br>—             | —<br>—             | ۰,۰۲۱۷<br>(۰,۰۰۰۰) | ۰,۰۱۸۹<br>(۰,۰۰۰۰) | ۰,۰۱۹۲<br>(۰,۰۰۰۰) | ۰,۰۲۳۱<br>(۰,۰۰۰۰) |
| LLF    | ۵,۴۸۱              | ۵,۴۷۹              | ۵,۴۸۰              | ۵,۴۷۶              | ۵,۴۷۵              | ۵,۴۸۷              | ۵,۴۹۱              | ۵,۴۸۵              |
| AIC    | (۵,۲۲۶۶)           | (۵,۲۲۳۴)           | (۵,۲۲۳۸)           | (۵,۲۱۸۸)           | (۵,۲۲۷۱)           | (۵,۲۲۷۴)           | (۵,۲۲۹۹)           | (۵,۲۲۷۵)           |

در جدول ۵ نتایج تخمین درون‌نمونه‌ای مدل CARR و CCARR نمایش داده شده است. دو مدل یادشده به‌جای بازدهی قیمتی از دامنه قیمتی برای پیش‌بینی نوسانات استفاده می‌کنند، زیرا قیمت‌پایانی تحرکات قیمت در طول روز را نادیده می‌گیرد و بخشی از اطلاعات در دسترس، مورد استفاده قرار نمی‌گیرد. مدل CARR یک مدل تک‌مولفه‌ای است که توانایی در نظر گرفتن حافظه بلندمدت را ندارد. با توجه به اینکه دامنه قیمتی شاخص بورس اوراق بهادار تهران دارای حافظه بلندمدت است، از مدل CCARR که دارای مولفه دوم است و توانایی در نظر گرفتن حافظه بلندمدت نوسانات را دارد نیز استفاده شده است. در مدل CCARR دامنه قیمتی شامل دو مولفه است: یک مولفه بلندمدت  $q_t$  و یک مولفه کوتاه مدت  $\lambda_t - q_t$  در جدول فوق ضرایب آلفا و بتا نشان‌دهنده مولفه کوتاه مدت و  $\eta_{11}$  نشان‌دهنده مولفه بلندمدت هستند. ضریب پایداری مولفه بلندمدت یعنی  $\eta_{11}$  بسیار نزدیک به یک است که مقدارش هم از جمع ضرایب آلفا و بتا در مدل CARR بزرگتر است. جمع آلفا و بتا نیز بسیار نزدیک به یک است که نشان می‌دهد روند بلندمدت در دامنه بسیار پایدار است. همانطور که در نمایه ۲ نمایان است به‌صورت کلی تمامی درجه‌های مدل CCARR مقادیر درستمایی بیشتر و معیار اطلاعات آکائیک کمتری نسبت به درجه‌های مدل CARR داشته‌اند، در نتیجه مدل CCARR برازش درون‌نمونه‌ای بهتری نسبت به مدل CARR داشته است. در دسته مدل‌های CARR، مدل  $CARR(1,1)$  و در بین مدل‌های CCARR مدل  $CCARR(2,1)$  نسبت به سایر درجه‌ها برتری داشته‌اند و انتخاب می‌شوند.

برای مقایسه عملکرد پیش‌بینی مدل‌ها، سه معیار ارزیابی رایج به نام‌های ۱. میانگین مجذور خطا (MSE)، ۲. میانگین خطای مطلق (MAE) و ۳. میانگین خطای درصدی مطلق (MAPE) در نظر گرفته شده است که در جدول ۶ مورد مقایسه قرار گرفته‌اند.

جدول ۶. مقایسه نتایج خطای پیش‌بینی مدل‌های انتخاب شده

| Model       | MSE       | MAE      | MAPE     |
|-------------|-----------|----------|----------|
| GARCH(1,2)  | ۰/۰۰۰۲۳۷۳ | ۰/۰۱۱۲۷۴ | ۱/۲۵۰۹۱۵ |
| CGARCH(2,2) | ۰/۰۰۰۲۳۶۸ | ۰/۰۱۱۲۶۰ | ۱/۲۴۶۲۱۸ |
| CARR(1,1)   | ۰/۰۰۰۰۴۷  | ۰/۰۰۵۰۳۵ | ۰/۶۷۲۶۷۸ |
| CCARR(2,1)  | ۰/۰۰۰۰۴۱  | ۰/۰۰۴۵۸۹ | ۰/۶۵۸۵۹۲ |

جدول ۶ خطای پیش‌بینی مدل‌های انتخاب شده را از نظر سه معیار  $MAE$ ،  $MSE$  و  $MAPE$  مقایسه می‌کند. همانطور که نمایان است در هر سه معیار یاد شده به ترتیب مدل  $CCARR$ ،  $CARR$ ،  $CGARCH$  و  $GARCH$  کمترین خطا و بیشترین دقت پیش‌بینی را داشته‌اند. همانطور که نتایج به دست آمده نشان می‌دهند، مدل‌های مبتنی بر دامنه قیمتی ( $CARR$  و  $CCARR$ ) دقت بیشتری نسبت به مدل‌های مبتنی بر بازدهی قیمتی ( $GARCH$  و  $CGARCH$ ) داشته‌اند. هم‌چنین مدل‌هایی که دارای دو مولفه حافظه کوتاه مدت و بلندمدت هستند ( $CCARR$  و  $CGARCH$ ) و توانایی در نظر گرفتن حافظه بلندمدت را دارند، نسبت به مدل‌های تک مولفه‌ای ( $CARR$  و  $GARCH$ ) از خطای پیش‌بینی کمتر و دقت پیش‌بینی بالاتری برخوردار بوده‌اند. از آنجاییکه حافظه بلندمدت نشان‌دهنده وجود پارامتری قابل پیش‌بینی در دینامیک سری زمانی است و موجب وابستگی بازده آینده دارای با بازده‌های قبلی آن می‌شود؛ وجود این ویژگی، دلیلی بر رد شکل ضعیف فرضیه کارایی بازار است. وجود خودهمبستگی میان مشاهدات با فاصله زمانی زیاد، بیانگر وجود حافظه بلندمدت در بازده دارای‌ها است. بنابراین، باتوجه به وجود حافظه بلندمدت در داده‌ها، می‌توان برای پیش‌بینی بازده آینده از بازده‌های گذشته استفاده نمود. بنابراین نتایج سوال‌های پژوهش به شرح زیر است:

۱- خودهمبستگی دامنه قیمتی و بازدهی بسیار پایدار است و حتی با وقفه‌های طولانی، مقادیر  $ACF$  به صفر میل نکرده‌اند. در نتیجه وجود حافظه بلندمدت در شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران تایید می‌شود.

- ۲- مدل‌های مبتنی بر دامنه قیمتی، پیش‌بینی‌های درون‌نمونه‌ای و برون‌نمونه‌ای دقیق‌تری نسبت به مدل‌های مبتنی بر بازدهی قیمتی داشته‌اند.
- ۳- مدل‌های دو مولفه‌ای، پیش‌بینی‌های درون‌نمونه‌ای و برون‌نمونه‌ای دقیق‌تری نسبت به مدل‌های تک‌مولفه‌ای داشته‌اند.

### بحث و نتیجه‌گیری

در این پژوهش مدل  $CCARR$  برای پیش‌بینی نوسانات پیشنهاد شد و عملکرد آن بررسی و با سایر مدل‌ها مقایسه گردید. این مدل یک مدل شهودی است و توانایی در نظر گرفتن حافظه بلندمدت نوسانات را دارد. هم‌چنین این مدل از روش حداکثر درست‌نمایی بهره می‌گیرد و برای اجرا بسیار راحت است. نتایج تجربی حاصل از این پژوهش، اهمیت در نظر گرفتن مولفه دوم در

مدلسازی نوسانات را به خوبی نشان می‌دهد. به صورت کلی، مطابق نتایج به‌دست آمده از پیش‌بینی درون‌نمونه‌ای و برون‌نمونه‌ای، مدل دومولفه‌ای مبتنی بر دامنه قیمتی CCARR نسبت به مدل‌های مبتنی بر بازدهی و مدل‌های تک‌مولفه‌ای توانایی بیشتری برای پیش‌بینی نوسانات دارد و پیش‌بینی‌های دقیق‌تری تولید می‌کند. کاربردهای این مطالعه از چند جهت دارای اهمیت است. نخست، پیش‌بینی‌های دقیق نوسانات برای سرمایه‌گذاران و مؤسسات مالی برای محاسبه ارزش در معرض خطر یا ریزش مورد انتظار برای اندازه‌گیری ریسک مهم است. دوم، تقابل میان ریسک (نوسان) و بازدهی نقش مهمی در تصمیمات سرمایه‌گذاری دارد و سرمایه‌گذاران می‌توانند با پیش‌بینی دقیق نوسانات، بازدهی تعدیل شده با ریسک را افزایش دهند. سوم، بازار مشتقه‌ها با سرعت زیادی در حال توسعه است و از آنجا که نوسانات بازدهی، یک متغیر مهم در قیمت‌گذاری مشتقه‌ها است، پیش‌بینی دقیق نوسانات در این زمینه ضرورت دارند و این موضوع اهمیت تمرکز بر پیش‌بینی نوسانات را بیش‌ازپیش نشان می‌دهد.

با مقایسه نتایج پژوهش انجام شده با سایر پژوهش‌های مشابه نتایج یکسانی به‌دست می‌آید. شین‌یو و<sup>۱</sup> و شین‌مینگ هو<sup>۲</sup> (۲۰۱۹) در مقاله‌ای تحت عنوان پیش‌بینی نوسانات با مدل خودرگرسیو شرطی مولفه‌ای مبتنی بر دامنه<sup>۳</sup> به بررسی و مقایسه چهار مدل GARCH، CGARCH، CARR و CCARR در بورس کشورهای چین (SSEC)، هنگ‌کنگ (Hang Seng)، ژاپن (Nikkei225)، آمریکا (S&P500)، فرانسه (CAC40) و آلمان (DAX) پرداختند و نتیجه گرفتند در همه شاخص‌های بالا مدل CCARR از نظر تمامی معیارهای مقایسه نسبت به سایر مدل‌ها از عملکرد بهتری برخوردار بوده است. آنها به طور کلی نتیجه گرفتند مدل‌های دو مولفه‌ای بهتر از مدل‌های تک مولفه‌ای و مدل‌های مبتنی بر دامنه قیمتی بهتر از مدل‌های مبتنی بر بازدهی قیمتی هستند. وو و شی<sup>۴</sup> (۲۰۲۰) با استفاده از مدل CCARR به پیش‌بینی نوسانات بیت‌کوین پرداختند و نتایج آن را با مدل‌های GARCH، CARR و CGARCH مقایسه کردند. آنها نتیجه گرفتند مدل CCARR پیش‌بینی برون‌نمونه‌ای دقیق‌تری نسبت به سایر مدل‌ها دارد. نتایج مطالعه آنها اهمیت استفاده از دامنه قیمتی و در نظر گرفتن حافظه

---

1. Xinyu Wu

2. Xinmeng Hou

3. Forecasting volatility with component conditional autoregressive range model

4. Xinyu Wu & Haibin Xie

بلندمدت برای پیش‌بینی نوسانات بیت‌کوین را به خوبی نمایش می‌دهد. نتایج این پژوهش نیز مشابه بوده است. مطابق نتایج به دست آمده در این پژوهش، مدل CCARR برای محاسبه نوسانات شاخص بورس اوراق بهادار تهران از عملکرد بهتری نسبت به مدل‌های CARR و GARCH و CGARCH برخوردار بوده است. بنابراین برای محاسبه نوسانات شاخص بورس اوراق بهادار تهران، استفاده از دامنه قیمتی و مدل‌های دومولفه‌ای که توانایی در نظر گرفتن حافظه بلندمدت را دارند از اهمیت بالایی برخوردار است.

برتری مدل CCARR نسبت به سایر مدل‌های پیش‌بینی نوسانات از چند جهت قابل بررسی است. مدل CCARR از دامنه قیمتی به جای بازدهی استفاده می‌کند، برتری این مدل نسبت به مدل‌های مبتنی بر بازدهی از جمله مدل‌های میانگین متحرک موزون نمایی، آرما، گارچ، گارچ نمایی، گارچ تحقق یافته و گارچ دومولفه‌ای به این دلیل است که استفاده از بازدهی با قیمت پایانی تحرکات قیمت دارایی در طول روز را نادیده می‌گیرند و بخشی از اطلاعات در دسترس مورد استفاده قرار نمی‌گیرند در حالیکه در دامنه قیمتی این اطلاعات نیز مورد استفاده قرار می‌گیرند. همچنین مدل CCARR یک مدل دومولفه‌ای است و توانایی در نظر گرفتن حافظه بلندمدت را دارد. در نتیجه نسبت به مدل‌های تک مولفه‌ای از جمله CARR و GARCH که حافظه بلندمدت را در نظر نمی‌گیرند دارای برتری است. برتری دیگر این مدل راحت بودن برآورد و اجرای آن است. مدل FIGARCH توانایی در نظر گرفتن حافظه بلندمدت را دارد ولی از نظر محاسباتی پیچیده و اجرای آن دشوار است در حالیکه مدل CCARR برای اجرا بسیار راحت‌تر است و از روش تخمین حداکثر درست‌نمایی استفاده می‌کند. همچنین مدل CCARR بسیار شبیه به مدل دامنه‌ای مولفه‌ای هریس، استوجا، ایلماز (۲۰۱۱) است که در آن پویایی مولفه بلندمدت با نوعی از مدل گارچ شناسایی می‌شود ولی پویایی دقیق را مشخص نمی‌کنند و از برخی فیلترهای غیرپارامتریک برای تجزیه مولفه بلندمدت دامنه قیمتی استفاده می‌کنند. مدل هریس و همکاران (۲۰۱۱) فرض می‌کند مولفه بلندمدت از یک فرایند تصادفی پیروی می‌کند در حالی که روند بلندمدت می‌تواند پایدار و ثابت باشد و از خاصیت بازگشت به میانگین پیروی کند.

یکی از محدودیت‌های موجود در این پژوهش، در دسترس نبودن دامنه قیمتی در فواصل کوتاه از جمله ساعتی و دقیقه‌ای بوده است و به همین علت از دامنه قیمتی طی یک روز برای اجرای مدل CARR و CCARR استفاده شده است. در این پژوهش از توزیع نمایی ساده برای

جز اخلاص استفاده شده است زیرا توجه این پژوهش بر پیش‌بینی نوسانات بوده است و نه تعیین توزیع. بنابراین یک پیشنهاد برای پژوهش‌های آینده در نظر گرفتن توزیع‌های جایگزین برای جز اخلاص مانند توزیع Weibull پیشنهاد چاو (۲۰۰۵) و توزیع گاما پیشنهاد شی و وو<sup>۱</sup> (۲۰۱۷) است. پیشنهادهای دیگر برای پژوهش‌های بیشتر در این زمینه می‌تواند شامل بررسی کاربردهای مختلف مانند اندازه‌گیری ریسک، تخصیص پورتفولیو و قیمت‌گذاری آپشن‌ها برای ارزیابی بیشتر مدل CCARR باشد. همچنین، می‌توان مدل CCARR را با اضافه کردن سایر متغیرهای برون‌زا از جمله حجم معاملات، نوسانات فصلی و ... توسعه داد.

### ملاحظات اخلاقی

#### پیروی از اصول اخلاق پژوهش

نویسنده اصول اخلاقی را در انجام و انتشار این پژوهش علمی رعایت کرده است و این موضوع مورد تأیید اوست.

### مشارکت نویسندگان

مشارکت بین نویسندگان به صورت یکسان بوده است.

### تعارض منافع

بنابر اظهار نویسنده این مقاله تعارض منافع ندارد.

### حامی مالی

این پژوهش حامی مالی نداشته است.

### سپاسگزاری

نویسنده از تمام کسانی که در این پژوهش همکاری داشته‌اند تشکر و قدردانی می‌کند.

## References

- Alizadeh, S; Brandt, M; & Diebold, F. (2002). Range-based estimation of stochastic volatility models. *Journal of Finance*, 57, 1047–1092 (DOI: <https://doi.org/10.1111/1540-6261.00454> )
- Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31(3), 307–327. (DOI: [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(86\)90063-1](https://doi.org/10.1016/0304-4076(86)90063-1) )
- Chou, R. (2005). Forecasting financial volatilities with extreme values: The conditional autoregressive range (CARR) model. *Journal of Money, Credit and Banking*, 37, 561–582. (DOI: <https://doi.org/10.1353/mcb.2005.0027> )
- Degiannakis, S; & Livada, A. (2013). Realized volatility or price range: Evidence from a discrete simulation of the continuous time diffusion process. *Economic Modelling*, 30, 212–216. (doi: <https://doi.org/10.1016/j.econmod.2012.09.027> )
- Ding, Z; & Granger, C. W. J. (1996). Modeling volatility persistence of speculative returns: A new approach. *Journal of Econometrics*, 73, 185–215. (doi: [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(95\)01737-2](https://doi.org/10.1016/0304-4076(95)01737-2) )
- Emami Pari, H. & Abasi, E. (2016). Estimating and Predicting Tehran Stock Exchange Index Fluctuations Using Daily and Intraday Data. Master's thesis, Alzahra University. (In Persian)
- Engle, R. & Lee, G (1999). A long-run and short-run component model of stock return volatility. Cointegration, Causality, and Forecasting. *Oxford University Press*. (URL: <https://global.oup.com/academic/product/cointegration-causality-and-forecasting-9780198296836?cc=ir&lang=en&#> )
- Esbati, M. & Aslani, P. (2016). Tehran Stock Exchange index volatility forecasts based on open, high, low and closed price Comparison with forecasts based on close price, using GARCH models. Master's thesis, University of Raja. (In Persian)
- Harris, R. D. F; Stoja, E; & Yilmaz, F. (2011). A cyclical model of exchange rate volatility. *Journal of Banking & Finance*, 35(11), 3055–3064. (DOI: <https://doi.org/10.2139/ssrn.1604440> )
- Hashemi nezhad, M, Ebrahimi, B. & Afrasiabi, M (2016). Risk assessment and volatility modeling. *Tadbir Sarmayeh*. (In Persian)
- Li, H. Q; & Hong, Y. M. (2011). Financial volatility forecasting with range-based autoregressive volatility model. *Finance Research Letters*, 8(2), 69–76. (DOI: <https://doi.org/10.1016/j.frl.2010.12.002> )
- Maheu, J. (2005). Can GARCH models capture long range dependence? *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics*, 9(4), 1–41. (DOI: <https://doi.org/10.2202/1558-3708.1269> )
- Mincer, J; & Zarnowitz, V. (1969). The evaluation of economic forecasts. In J. Mincer (Ed.). *Economic Forecasts and Expectations* (NBER) (pp. 3–46). New-York: Columbia University Press for NBER. (URL: <http://www.nber.org/chapters/c1214> )
- Miura, K. (2011). An Introduction to Maximum Likelihood Estimation and Information Geometry. *Interdisciplinary Information Sciences*. <https://doi.org/10.4036/iis.2011.155>
- Parkinson, M. (1980). The extreme value method for estimating the variance of the rate of return. *Journal of Business*, 53, 61–65. (DOI: <https://doi.org/10.1086/296071> )

- Raei, R. & Pouyanfar, A. (2004). Advanced investment management. *The Organization for Researching and Composing University textbooks in the Humanities*. (In Persian)
- Shoaraee, S. & Sanaee, M. (2010). Modeling and Forecasting Tehran Stock Exchange Return using ARFIMA and FIGARCH. *Journal of Financial Accounting*, 6: 173-186. (In Persian)  
(DOR:20.1001.1.23223405.1389.2.4.10.8)
- Yajima, Yoshihiro. (1985). on estimation of long-memory time series models. *Australian Journal of Statistics*. <https://doi.org/10.1111/j.1467-842X.1985.tb00576.x>
- Wu, x. & Hou, X. (2019). Forecasting volatility with component conditional autoregressive range model. *North American Journal of Economics and Finance*. (DOI: <https://doi.org/10.1016/j.najef.2019.101078>)